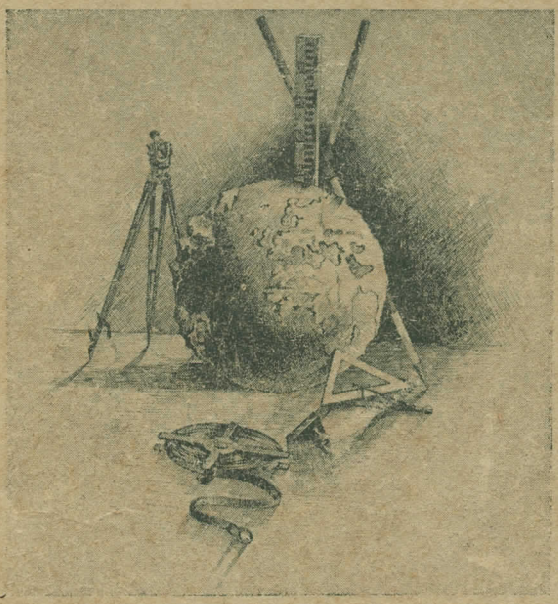
OSNOVI GEODEZIJE

GEODETSKI TERENSKI PRIBOR

PO PREDAVANJIMA

Prof. ing. DRAGUTINA MIHAJLOVIĆA

NASTAVNIKA GEODETSKOG TEHNIKUMA U ZAGREBU



(ŠTAMPANO KAO SKRIPTA)

ZAGREB 1948.

IZDANJE STRUČNOG ODJELA NSO-e GRAĐEVINSKOG TEHNIKUMA

17189

OSNOVI GEODEZIJE

GEODETSKI TERENSKI PRIBOR

(ŠTAMPANO KAO SKRIPTA)
po predavanjima
Prof. ing. DRAGUTINA MIHAJLOVIĆA
nastavnika Geodetskog tehnikuma u Zagrebu

ZAGREB 1948.

IZDANJE STRUČNOG ODJELA NSO-e GRAĐEVINSKOG TEHNIKUMA

Merkantilno tiskarsko poduzeće — Radionica broj 1 — Zagreb — Gundulićeva ulica broj 18

PREDGOVOR

Godinama se osjeća nedostatak skripata na tehničkim školama. Priliv učenika u toku našeg prvog Petogodišnjeg plana sve je veći. Udžbenici još nisu izrađeni. Da bi se međutim podigao kvalitet izobrazbe stručnih kadrova i da bi se što racionalnije koristilo školsko radno vrijeme, potrebno je prije svega eliminirati diktiranje iz naših razreda.

Rukovođeni tom svrhom pristupili smo izdanju skripata »Osnovi geodezije«, kojim će se podjednako dobro moći poslužiti učenici građevinskih kao i geodetskih tehnikuma. U njima su obuhvaćeni: uvodno upoznavanje s geodezijom kao naukom, svrha geodetskih mjerenja te primjena osnovnih geodetskih sprava. Ostali dijelovi, koje ćemo kasnije izdati, obuhvatit će: Ortogonalno snimanje i sastav nacrta, geodetske instrumente sa primjenom t. j. poligonizacijom, nivelacijom i tahimetrijom, naravno u onom opsegu koji je za građevinare potreban, te trasiranje s isključivo geodetskim radovima kod gradnje cesta i željeznica.

Rukopis za ova skripta izradio je prof. ing. Mihajlović Dragutin, nastavnik Geodetskog tehnikuma u Zagrebu. Pri radu se poslužio savjetima ostalih nastavnika Geodetskog tehnikuma, te stručnom literaturom slijedećih pisaca: Milanković, Terzić, Gjorgjević, Neidhardt, Novak, Doležal, Volquardts i Werkmeister.

Stručni odjel N. S. O-e Građevinskog tehnikuma zahvaljuje prof. ing. Mihajloviću na uloženom trudu, kojim je olakšao rad đacima kao i nastavnicima u ovom predmetu. Isto tako smatra za potrebno istaknuti i rad samih đaka, koji su izradili crteže, kojim su ilustrirana ova skripta i pomogli pri tehničkim radovima oko njihova izdanja.

Rukopis kao i tehnička oprema ovih skripata rađeni su u ograničenom vremenu, da bi već u toku ove školske godine mogli poslužiti đacima. Pod tim uslovima nastali su možda izvjesni propusti. Bit ćemo zahvalni čitaocima, ako nas na njih upozore.

S TITOM U BOLJI ŽIVOT!

Z a g r e b, mjeseca travnja 1948.

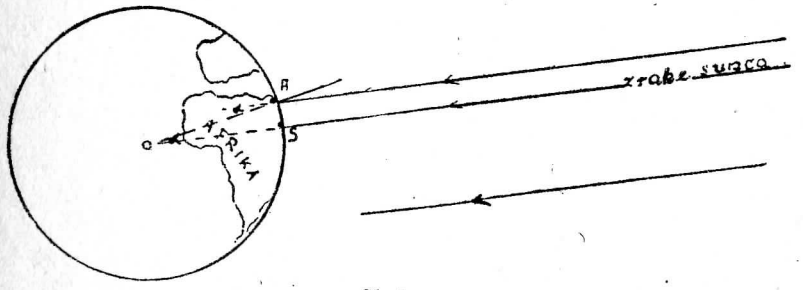
Stručni odjel N. S. O-e
Građevinskog tehnikuma u Zagrebu

OBLIK I DIMENZIJE ZEMLJE

Geodezija je nauka, koja se bavi proučavanjem oblika zemlje kao i njezinih pojedinih dijelova te prikazivanjem zemljine površine kao cjeline ili pojedinih dijelova na papiru.

Samo ime »Geodezija« dolazi od grčkog jezika »geos« (zemlja) »dezis« (podjela).

Geodezijom kao naukom bavili su se svi narodi od najstarijih vremena do danas. Već su Pitagora (580 god. pr. N. E.) kao i Aristotel (384 god. pr. N. E.) smatrali zemlju kuglom dok je Aleksandrijski naučenjak Eratosten (276 god. pr. N. E.) prvi uspio izračunati dimenzije zemlje i prema tome zaključiti njezin oblik.



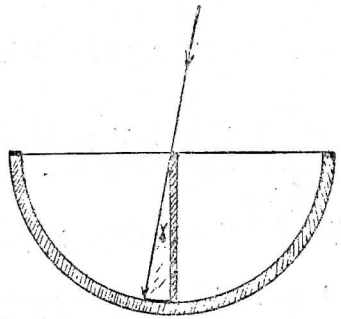
Sl. 1.

Egipat se uopće smatra koljevkom geometrije i dao je niz naučenjaka velikog značaja. Razlog vjerojatno leži u tome, što je Nil svake godine iz srca Afrike nanosio i taložio plodni mulj u dolinama Egipta. Razumljivo je, da je to bilo od velike koristi ali su ujedno nastale poteškoće u obrađivanju zemlje, jer su međe nakon što se je Nil povratio u korito bile zatrpane. Te međe trebalo je ponovno uspostaviti po principima geometrije, pa je vjerojatno to i jedan od razloga, da se geometrija najviše proučavala u Egiptu.

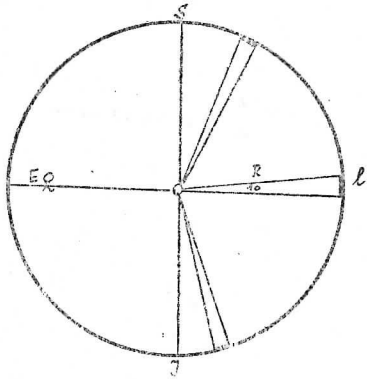
Eratosten je do zaključka, da je zemlja okrugla, došao na taj način, što je u njegovo vrijeme bilo poznato, da sunce jedan dan u godini sije na dno bunara u gradu Syeni (danas Assuan) koji leži južno od Aleksandrije, dok u Aleksandriji to nije bio slučaj. »Zrake sunca što dolaze na zemlju mora da

su paralelne, jer je sunce neizmjerno daleko« zaključio je Eratosten »pa ako na taj dan izmjerim sjenu nekog štapića u Aleksandriji, lahko bi se izračunao i opseg zemlje ako je ona okrugla«.

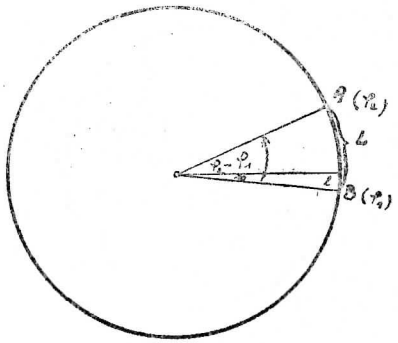
Ovu sjenu izmjerio je Eratosten s primitivnom spravom t. j. sa izdubenom drvenom polukuglom sa čijeg je dna do središta stršio mali štapić. Dočekao je dan i čas kada sunce u Syeni sije na dno bunara te u Aleksandriji pomoću sprave (sl. 2) izmjerio sjenu štapića kao i cijeli opseg drvene polukugle. Udaljenost od Aleksandrije do Syene bila je poznata (5000 stadija) pa je nakon



Sl. 2.



Sl. 3.



Sl. 4.

izmjerenih podataka Eratosten mogao zaključiti: »opseg zemlje toliko je puta veći od 5000 stadija koliko je puni krug polukugle (sl. 2) veći od izmjerene dužine sjene štapića«.

Makar ovaj rezultat mjerenja nije točan ipak je princip rada od velikog značaja po kojem se i danas radi i određuje oblik i dimenzije zemlje, a to su t. zv. gradusna mjerenja.

Kroz srednji vijek nema podataka o izmjeri zemlje. Prvo gradusno mjerenje izveo je Francuz F e r n e l 1528 god. u blizini Pariza. Ali prije nego što pređemo na daljnji razvitak nauke o određivanju oblika i dimenzije zemlje, objasnit ćemo što su to gradusna mjerenja.

G r a d u s n a su mjerenja ona koja određuju linearnu veličinu jednog meridijanskog stupnja na raznim geografskim širinama istog meridijana. Znači, ako je zemlja okrugla dužina luka za jedan meridijanski stupanj bit će jednaka kako na polovima tako i na ekvatoru. Jasno je, da se na zemljinoj površini ne mogu odrediti dva mjesta koja bi bila u međusobnoj udaljenosti baš 1^0, nego se astronomskim opažanjima odrede geografske širine od dva mjesta A i B koja leže približno na istom meridijanu (sl. 4). Razlika njihovih geografskih širina $\varphi_2 - \varphi_1$ dati će neki kut α. Ako je osim toga izmjerena dužina »L« između mjesta A i B direktnim putem, onda se računski može odrediti dužina »l« koja odgovara 1^0-nju.

$$1^0 : (\varphi_2{}^0 - \varphi_1{}^0) = l : L$$

$$L = (\varphi_2{}^0 - \varphi_1{}^0) \cdot l$$

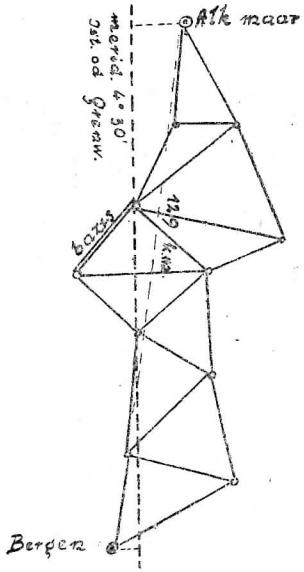
$$l = \frac{L}{\varphi_2 - \varphi_1}, \text{ dužina luka meridijana za } 1^0.$$

Francuz Fernel je dužinu između Pariza i Amiensa (115 km sjev. od Pariza) izmjerio točkom svojih kola, dakle poznavao je obod točka i računao broj okretaja. Ovakovo mjerenje može se smatrati neozbiljnim te nije ni donjelo željenih rezultata.

Dužinu između dva mjesta odredio je posredno (računskim putem) Holanđanin W i l e b r o r d S n e l l i u s (1580—1626 god.) t. zv. triangulacijom.

Triangulacija je indirektno mjerenje velikih dužina a sastoji u tome, da se iz jedne razmjerno male stranice (baze) nizom trokuta po svim zakonima trigonometrije izračunaju dužine tih stranica pa i sama udaljenost između dva daleka mjesta.

Na taj način izračunao je Snellius udaljenost između Alkmaar-a i Bergen-a u Holandiji od god. 1614—1616. Dužina baze bila je svega 300 m pa uslijed toga ni rezultat računanja nije bio točan. Pronalazak triangulacije po Snelliusu od velikog je značenja i danas je ona osnovni i najvažniji operat kod svih geodetskih mjerenja.



Sl. 5.

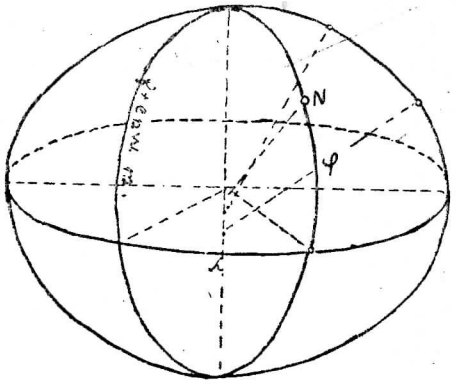
Poslije Snelliusa gradusno mjerenje između Pariza i Amiens-a (ova dva grada leže na istom meridijanu) izvršio je pomoću triangulacije Francuz P i c a r d (1665 god.). Bazu je mjerio pomoću drvene mjeraće letve a kutove u trokutu prvi puta sa durbinom. Ova mjerenja nisu Picarda zadovoljila i u težnji da obori Newtonovu teoriju o spljoštenosti zemlje, obnovio je kasnije svoju triangulaciju na sjever i jug ali ga je u tom poslu zatekla smrt.

Njegov rad (gradusna mjerenja) nastavio je naučenjak C a s s i n i i došao je do rezultata, da je dužina jednog meridijanskog stupnja na sjeveru manja nego oko ekvatora, što je značilo, da zemlja ima oblik jajeta t. j. da je na polovima ispupčena. Kako je engleska akademija nauka 1686 god. objelodanila Newtonova djela

»Philosophiae naturalis principia mathematica« u kojima se među inim zakonima tvrdi, da je zemlja uslijed centrifugalne sile na polovima spljoštena, razumljivo je, da je među naučenjacima nastao spor.

Lapplandu (sjeverno od Norveške) i Peru (Južna Amerika). Ova mjerenja gotovo kad su Cassinijevi rezultati mjerenja tvrdili obrnuto. Po Newtonovoj teoriji zemlja je rotacioni elipsoid i na polovima spljoštena.

Francuska akademija nauka, da dokrajči spor među naučenjacima organizirala je god. 1735 dvije ekspedicije koje su izvršile gradusna mjerenja na Lapplandu (sjeverno od Norveške) i Peru (južna Amerika). Ova mjerenja potvrdila su Newtonovu teoriju jer je dužina jednog stupnja na Lapplandu bila duža od onog u Peru-u.



Sl. 6.

Uslijed toga dolazimo do novog pojma za geografsku širinu jer sve vertikale spuštene iz točaka jednog meridijana neće se sjeći u jednoj točki, budući presjek po meridijanu nije krug nego elipsa. Prema tome g e o g r a f s k a š i r i n a φ je kut što ga zatvara vertikala bilo kojeg mjesta na zemljinoj površini sa ravninom ekvatora.

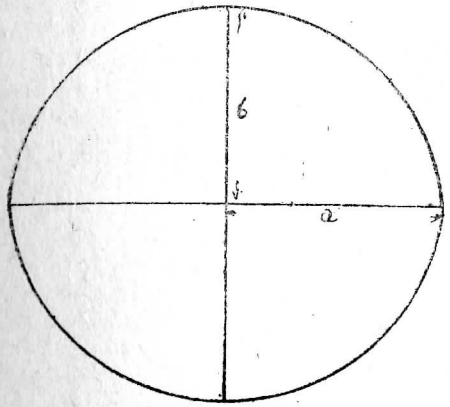
G e o g r a f s k a d u ž i n a λ je kut što ga zatvara ravnina meridijana bilo kojeg mjesta sa meridijanom Greenwicha koji je uzet kao početni.

Širina se mjeri sjeverno i južno od ekvatora a dužina istočno i zapadno od Greenwicha.

Kasnija istraživanja ustanovila su, da zemlja nije točan rotacioni elipsoid, pa je za fizički oblik zemlje uzet novi naziv g e o i d. Geoid je tijelo kojeg je vanjska površina u svakoj njezinoj točki okomita na smjer sile teže u toj točki. Za ovaj fizički oblik zemlje možemo smatrati površine mora produžene ispod kontinenata.

Dimenzije zemlje radi toga određujemo do te površine. Pošto oblik geoida ovisi o raspodjeli zemljine mase koja nije jednolična, to ga matematski ne možemo izraziti, radi toga u geodeziji nadomještavamo geoid matematski određenim rotacionim elipsoidom.

Određivanje dimenzija sastoji se u računjanju velike i male poluosi a i b te spljoštenosti $\frac{a-b}{a} = e$. O računanju postoje razni rezultati:



Sl. 7.

1. Po Besselu
   a = 6 377 397 m
   b = 6 356 079 m
   $e = \frac{1}{299,2}$
2. Po Clarku
   a = 6 378 249 m
   b = 6 356 515 m
   $e = \frac{1}{293,5}$
3. Po Helmert-u
   a = 6 378 200 m
   b = 6 356 818 m
   $e = \frac{1}{298,3}$
4. Po Hayford-u
   a = 6 378 388 m
   b = 6 356 909 m
   $e = \frac{1}{297,0}$

Ove posljednje dimenzije po Hayfordu usvojene su na međunarodnoj geodetsko-fizičkoj uniji god. 1924.

ZADATAK I PODJELA GEODEZIJE

Zadatak Geodezije svodi se u glavnom na mjerenje dužina i kutova posredno ili neposredno i na temelju izmjerenih i izračunatih podataka sastaviti plan ili nacrt koji nam vjerno prikazuje snimljeni odnosno izmjereni dio zemaljske površine.

Radi toga se geodezija dijeli na v i š u i n i ž u geodeziju.

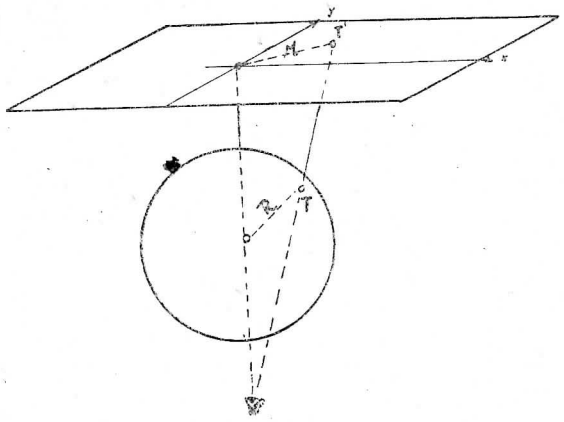
Zadatak v i š e g e o d e z i j e je proučavati oblik i dimenzije zemlje gradusnim mjerenjem. Osim toga ustanovljuje i silu teže.

Gradusna mjerenja obavljaju se u svim državama od sjevernog do južnog pola. Na temelju takovih mjerenja kao i astronomskih opažanja ustanovljuje se oblik zemlje te geografska širina i dužina za svako pojedino mjesto na rotacionom elipsoidu. Nadalje viša geodezija ustanovljuje i detaljni oblik geoida.

Ovakova mjerenja ustanovljuju oblik pojedinih država i kontinenata a budući je cilj geodetskih radova prikazati veće ili manje površine na karti to se pomoću raznih kartografskih projekcija preslikava cijela zemlja ili pojedini dijelovi (kontinenti, države) na ravninu, valjak ili konus te tako dobivamo geografske karte.

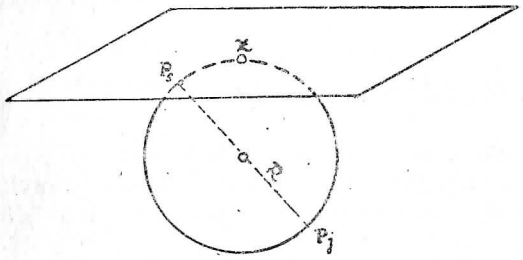
Poznato je, da kuglu odnosno elipsoid ako ga razrežemo uzduž od pola do pola po meridijanu, ne možemo razviti u ravninu (primjer: kora od narandže), stoga se zemlja ili pojedini dijelovi preslikavaju pomoću raznih projekcija.

1. *Perspektivna projekcija.* Kod ove projekcije cijela zemlja ili njezini dijelovi proiciraju se na ravninu koja je okomita na pravac koji spaja točku gledišta sa centrom kugle.



Sl. 8.

Obzirom na razni položaj projekcione ravnine i točke gledišta ima raznih vrsta perspektivnih projekcija.



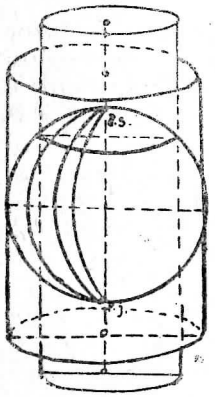
Sl. 9.

Budući se radi o veoma malom mjerilu možemo zemlju smatrati kuglom sa radiusom

$$R = \frac{a + b}{2}$$

2. *Zenitalna projekcija* je ona kad zemlju preslikavamo na ravninu koja tangira zemljinu površinu u bilo kojoj njezinoj točki (Sl. 9).

3. *Cilindrična projekcija.* Zemlja ili pojedini dijelovi preslikavaju se na cilinder (valjak) koji sječe ili tangira zemljinu kuglu. Os cilindera poklapa se sa zemaljskom osovinom, pa se u takvom slučaju meridijani i paralele preslikavaju u pravce. Ima i takovih cilindričnih projekcija gdje se meridijani i paralele preslikavaju u krivulje. Kad se valjak presječe po jednoj izvodnici i razvije u ravninu, dobivamo sliku globusa odnosno države.



Sl. 10.

Ova projekcija usvojena je za Jugoslaviju.

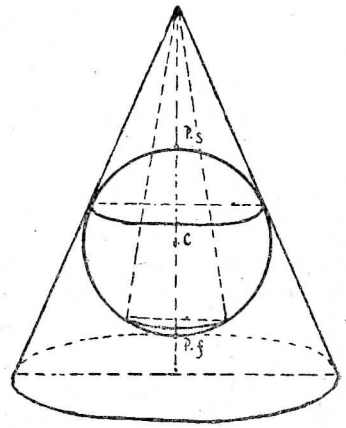
4. *Konusna projekcija.* U ovoj projekciji konus tangira ili sječe zemljinu kuglu po bilo kojoj paraleli. Osovina konusa poklapa se sa osovinom zemljine kugle. Meridijani se preslikavaju u pravce a paralele u koncentrične krugove. Izbor paralele ovisi o veličini države. Kada se konus presiječe po jednoj izvodnici i razvije u ravninu dobije se slika države odnosno geografska karta.

Ova projekcija usvojena je za SSSR.

Iz svega proističe, da v i š a g e o d e z i j a imade naučni karakter gdje se kod mjerenja mora voditi računa o zakrivljenosti zemljine površine.

N i ž a g e o d e z i j a bavi se izmjerom manjih dijelova zemljine površine gdje se ne uzima u obzir zakrivljenost. Njezin zadatak je opsežan a svrha je prikazivanja zemljišta na planu u horizontalnoj i visinskoj projekciji.

U petogodišnjem planu elektrifikacije i industrijalizacije naše zemlje geodezija ima veoma važan zadatak.



Sl. 11.

1. Kod projektiranja *vodova* visoke napetosti kao i postavljanja hidro-električnih centrala potrebno je snimiti zemljišta horizontalno i visinski t. j. za vodove odrediti (iskolčiti) smjer njihovog puta od mjesta do mjesta, a za hidrocentrale visinski snimiti zemljište kako bi se na temelju ovakovog snimanja mogla postaviti brana i hidrocentrala, te izračunati potrebna količina vode u bazenu, koja je potrebna za pogon.

2. *Komunikacije* u petogodišnjem planu od velike su važnosti, zato je prethodno potrebno snimiti cijeli teren, kojim će prolaziti buduća cesta ili željeznica. Na temelju takovog horizontalnog i visinskog plana obavljaju se projektovanja komunikacija. Ne radi se tu samo o cesti i željeznici nego i o plovnim kanalima na pr. Tisa, Dunav gdje prethodni geodetski radovi imadu zadatak odrediti smjer i pad kanala preciznim geodetskim instrumentima.

3. *Melioracije* su tehnički radovi kojima se odvodnjava naplovljeno zemljište ili se pak navodnjava ono zemljište, koje ima premalo vode. Svrha takovih radova je postići što bolju rentabilnost zemljišta. Prema petogodišnjem planu predviđeno je odvodniti oko 400.000 ha podvodnog zemljišta. Jasno je, da ovakovi ogromni radovi zahtijevaju snimanje dotičnog zemljišta u horizontalnoj i visinskoj projekciji.

4. *Regulacija grada* ne može se ni zamisliti bez valjano sastavljenog nacrta koji treba da sadržava sve komunikacije, objekte i parcele dotičnog mjesta. Na takovim nacrtima urbanisti projektiraju novu regulatornu osnovu t. j. nove ulice, trgove, javne ustanove i t. d.

5. *Rudarska mjerenja* obavljaju geodeti u zajednici sa geolozima i rudarskim inžinjerima, te ustanovljuju količinu i smještaj rudnog blaga ispod zemljine površine.

6. Kod podizanja *industrije* grade se mnoge tvornice a za svaku gradnju potrebno je najprije načiniti nacrt zemljišta na kojem će se gradnja izvoditi, da bi se mogle pravilno razmjestiti pojedine zgrade i ujedno izvršiti pripremni zemljani radovi.

7. *Vojničke karte* su zapravo topografske karte koje sastavlja vojno geografski institut po svojim stručnjacima a služe samo u vojničke svrhe kao i u svrhe generalnog projektiranja.

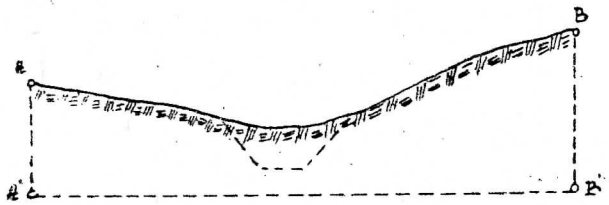
8. Za uređenje *državnih dobara i radnih zadruga* također se sastavljaju nacrti iz kojih se vide površine pojedinih kultura. Ujedno ovi nacrti služe kao tehnička podloga za projektiranje komunikacija i melioracija takovih gospodarstava.

9. *U poljoprivredi i šumarstvu* moraju postojati nacrti iz kojih se vidi površina pojedinih kultura odnosno površina šuma. Takav nacrt treba da je pregledan da bi omogućio planiranje u poljoprivredi i šumarstvu.

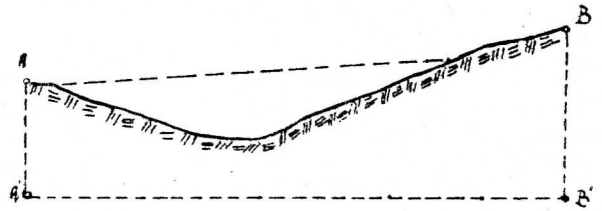
Općenito se može reći, da je n i ž a g e o d e z i j a temelj u svim granama tehničkog i ekonomskog života kako zajednice tako i pojedinca.

HORIZONTALNA I VISINSKA SNIMANJA

U geodeziji sva snimanja obavljamo u horizontalnoj i vertikalnoj projekciji. Ovakova snimanja obavljaju se iz tehničkih i gospodarskih razloga. Tehnički je uzrok što se neravno tlo neda razviti u ravninu a osim toga površina takovog tla neprestano se mijenja bilo iskopom kakovog kanala (sl. 12) ili planiranjem postojećih uvala (sl. 13).



Sl. 12.

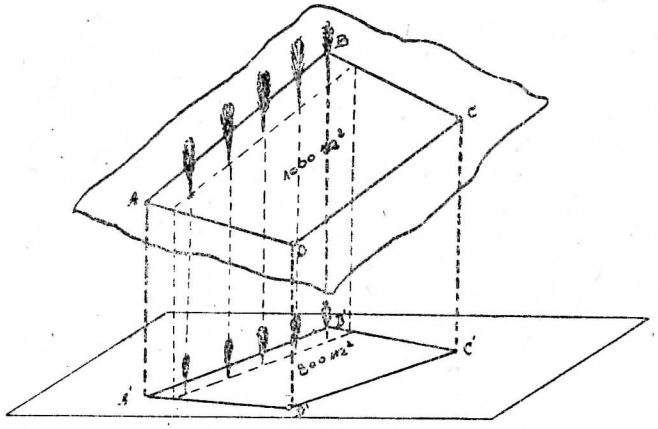


Sl. 13.

Dakle površina od A — B bila bi jedanput veća a drugi put manja. Međutim, ako uzmemo horizontalnu projekciju poteza AB t. j. A′ B′, onda je on stalan u svojoj projekciji i mi na površini zemljinoj možemo raditi što god želimo, površina u projekciji ostat će nepromjenjena.

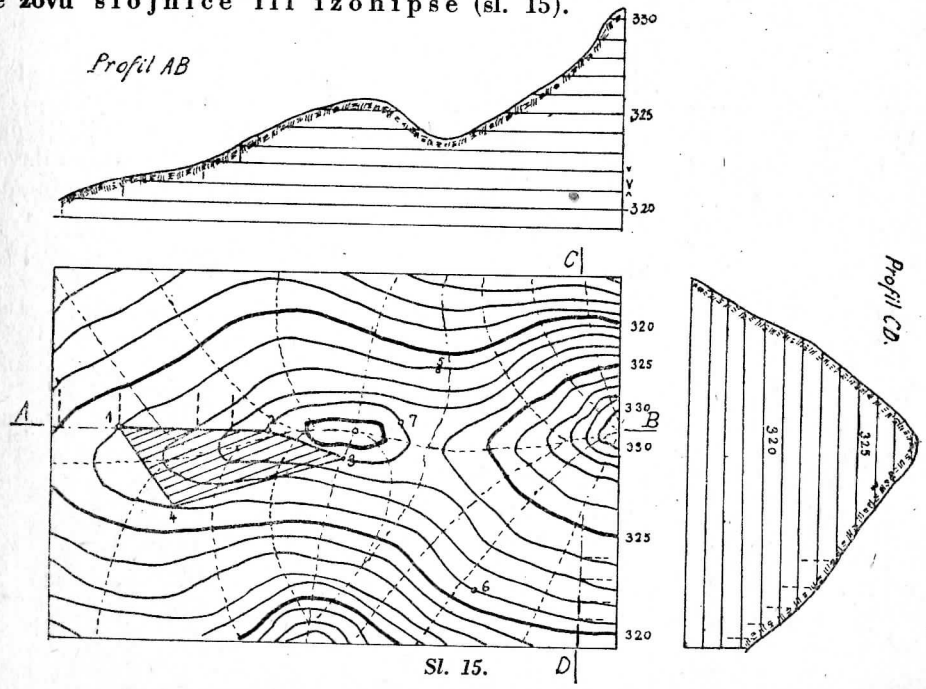
U prilog horizontalnoj projekciji govore i ekonomski razlozi na pr. na neku parcelu ABCD koja leži na kosoj ravnini ne možemo zasaditi ništa više bilja, žitarica, voćaka i t. d. nego li na horizontalnoj projekciji i to s razloga, što sve rasline rastu vertikalno a ne okomito na plohu na kojoj su zasađene. Radi toga se i površine iskazuju u horizontalnoj projekciji t. j. ako projekcija A′B′C′D′ neke kose parcele ABCD ima 800 m² onda se s njom u toj površini gospodari, prodaje upisuje u gruntovnicu i nikako drugačije. Kada bi mjesto projekcije iskazali kosu površinu ABCD na pr. 1000 m², ne bi zadovoljili ni tehničke ni ekonomske uvjete iz razloga koji su napred navedeni.

Uz horizontalno snimanje obavlja se i visinsko snimanje (nivelman, tahimetrija) terena. Svrha je ovog snimanja, da teren prikažemo plastično t. j., da poznajemo visinske razlike pojedinih točaka zemljine površine odnosno onih točaka koje su već snimljene horizontalno. Na pr. iz projekcije A′B′ C′D′ parcele ABCD mi neznamo njezin visinski položaj. Zamislimo neki neravan teren (brijeg) presječen paralelnim ravninama visinskog razmaka 1 m.



Sl. 14.

Te ravnine sjeći će vanjsku površinu terena po krivuljama, a sve točke koje leže na jednoj krivulji, imati će istu nadmorsku visinu. Ako te krivulje projiciramo na horizontalnu ravninu, dobit ćemo niz nepravilnih krivulja koje se zovu s l o j n i c e i l i i z o h i p s e (sl. 15).



Sl. 15.

To su takove krivulje na kojima sve točke jedne slojnice imadu istu nadmorsku visinu. Na pr. točke 1, 4, 5, 6 leže na slojnici 321 m nad morem te stoga sve imadu istu visinu. Isto tako i točke 2, 3, 7 leže na slojnici 324.

Na taj način odmah iz našeg nacrta vidimo, da su međne točke 2 i 3 neke parcele više za 3 m od točaka 1 i 4.

Vertikalni razmak »v« između slojnica naziva se ekvidistancija t. j. horizontalne ravnine kojima smo sjekli naš teren međusobno su jednako udaljene odnosno ekvidistantne.

Ovaj »v« uzima se različito, a ovisi o mjerilu planova. Ako je mjerilo plana manje, ekvidistancija »v« je veća a kod planova većeg mjerila manja. Za to se »v« obično uzima: 1, 2, 5, 10, 15, 20, 25 ili 50 m., a kod hidrotehničkih nacrta 0.20 ili 0.25 m.

Ako su slojnice na nacrtu guste onda je teren strm, a gdje su rijetke tamo je blago položen.

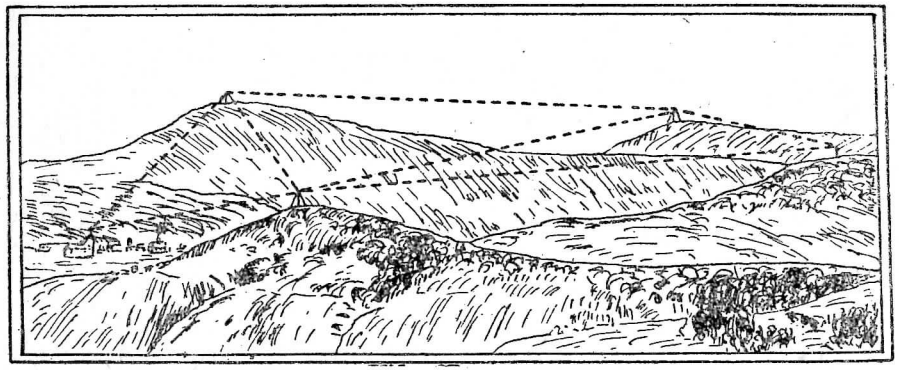
Teren presječen u potezu A — B ili C — D (sl. 15) i prikazan u vertikalnoj projekciji zove se p r o f i l.

Slojni nacrti upotrebljavaju se kao podloga za projektiranje u građevne svrhe na pr. gradnja zgrada na strmom terenu, cesta, željeznica, vodotoka, plovnih kanala, regulacije grada, melioracija i t. d.

OPĆI PREGLED GEODETSKIH MJERENJA

Svrha je geodetskih mjerenja, kako je već spomenuto, snimati veće ili manje dijelove zemljine površine i prikazati ih u horizontalnoj i visinskoj projekciji na planu. To znači, da vjerno moramo prikazati na papiru stanovitu zemljinu površinu sa svim onim, što se na njoj nalazi t. j. gradovima, rijetkim naseljima, komunikacijama, bregovima i dolinama, rijekama i jezerima te pojedinim parcelama i objektima na njima.

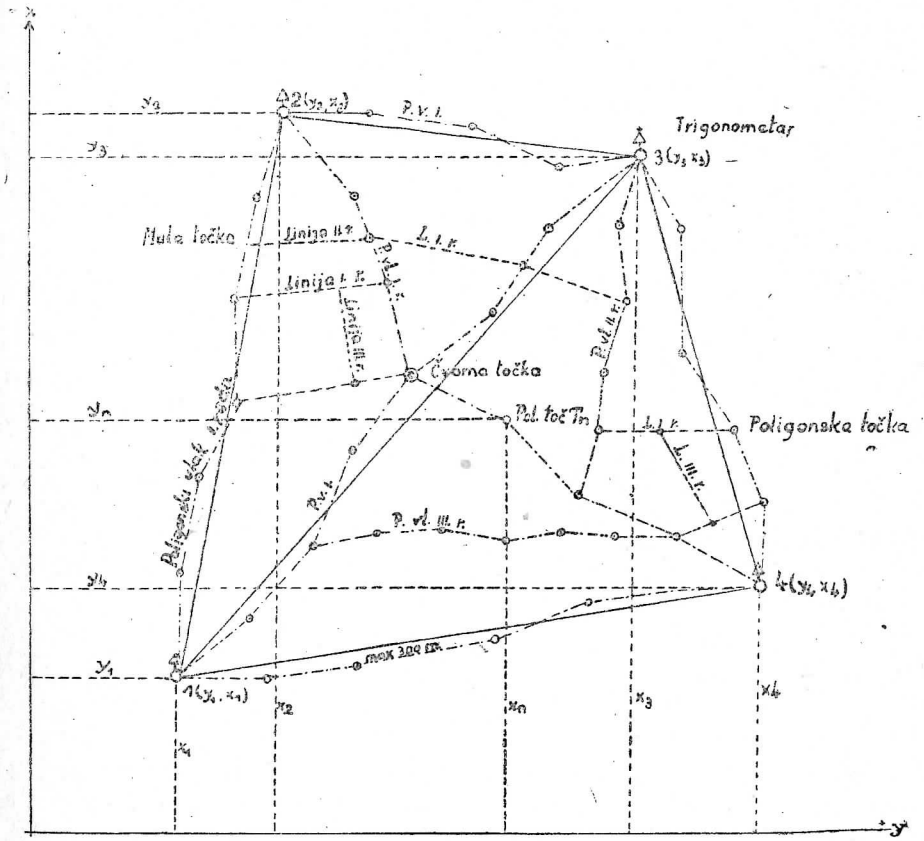
U glavnom se cijela izmjera svodi na mjerenje dužina te horizontalnih i vertikalnih kutova, a princip rada je »iz velikog u malo« to znači, da u geodeziji ne smijemo početi mjerenja od najmanjih dijelova (pojedinih parcela) i na papir nizati jedan dio uz drugi, jer bi na taj način nagomilavali pogreške, koje bi rasle razmjerno sa udaljenošću od početne točke snimanja odnosno kartiranja.



Sl. 16.

Kako kod svakog rada, tako i geodetskog, pogrješke kod mjerenja i kartiranja su neizbježive uslijed ljudskih osjetila (čutila) i nesavršenosti sprava kojima mjerimo. Radi toga, da izbjegnemo pogrješke odnosno da ih svedemo na minimum, postavljen je u geodeziji princip rada iz »velikog u malo«.

U tu svrhu služi osnovna geodetska operacija t. zv. t r i a n g u l a c i j a. Što je triangulacija objašnjeno je kod gradusnog mjerenja. Riječ potječe od latinskog triangulum = trokut.



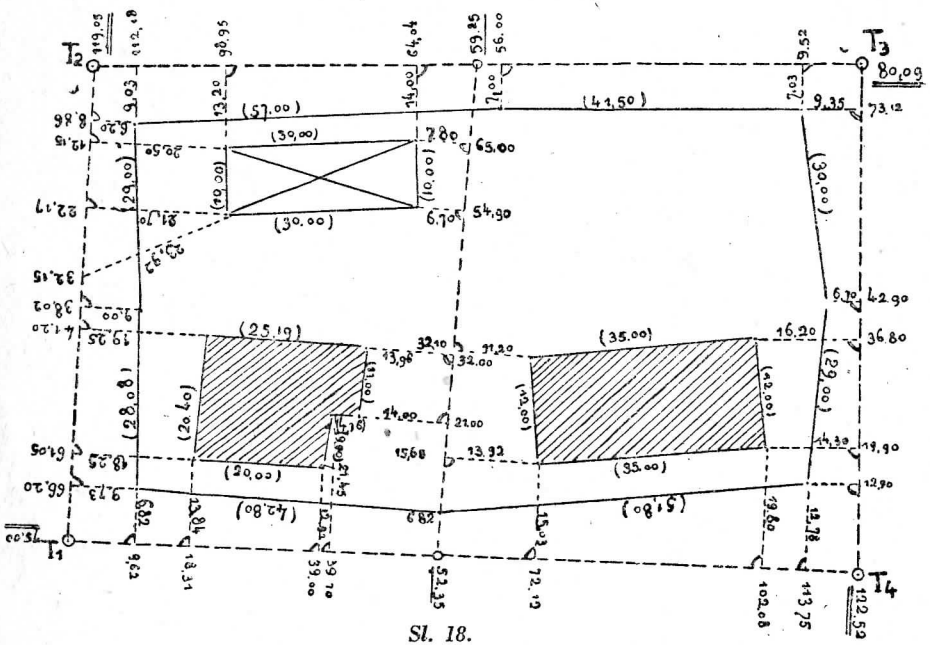
Sl. 17.

Zemljište koje želimo snimiti, prekrijemo nizom jednoliko razbacanih točaka na prilično velikim udaljenostima i uzvisinama tako, da se one međusobno dogledaju.

Takove točke nazivaju se trigonometri. Kada ih međusobno spojimo, dobit ćemo niz trokuta koji sačinjavaju trigonometrijsku mrežu. Neposrednim mjerenjem jedne razmjerno male strane (baze) i kutova u pojedinim točkama trokuta mogu se izračunati ostale stranice, pa prema tome i udaljenosti od jednog do drugog trigonometra.

Udaljenost njihova iznaša od cca 1—60 km., pa se zbog toga triangulacija dijeli na I, II, III, IV i V reda. Razmak najbližih trigonometara je onaj V. reda, dakle oko 1 km. Položaj svih točaka izračunat je u nekom koordinatnom sistemu po osi x i y pa se na taj način sa preciznim geodetskim spravama mogu točke nanjeti na papir u stanovitom mjerilu.

Zamislimo da smo četiri ovakova trigonometra 1, 2, 3 i 4 po koordinatama x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3, x_4 y_4, nanjeli na papir. Razmak njihov još je uvijek predalek da bi one mogle poslužiti za detaljno snimanje terena. Stoga se između trigonometara umeće jedan niz točaka na udaljenosti 200 do 300 m. Kada te točke međusobno i sa trigonometrima spojimo, dobit ćemo mnogokut ili p o l i g o n, pa se zato te točke zovu poligonske točke.



Sl. 18.

Dvije najbliže poligonske točke međusobno spojene, sačinjavaju p o l i g o n s k u s t r a n u. Niz poligonskih strana između dva trigonometra čini p o l i g o n s k i v l a k. Više poligonskih vlakova povezani međusobno i na trigonometre, sačinjava p o l i g o n s k u m r e ž u.

Mjerenjem poligonskih stranica i kutova u prelomima (poligonskim točkama) možemo računski odrediti položaj poligonskih točaka po koordinatama x i y u istom koordinatnom sustavu.

Poligonski vlakovi prema svojoj dužini i smještaju dijele se na I., II. i III. reda.

Često se ni sa poligonima nismo približili detalju kojega želimo snimiti pa si onda pomažemo t. zv. l i n i j a m a s n i m a n j a. Na povoljnom mjestu poligonske stranice odabiremo točku koja se zove m a l a t o č k a. Ako malu točku jednog poligonskog vlaka spojimo sa malom točkom drugog poligonskog vlaka, dobit ćemo liniju snimanja I. reda.

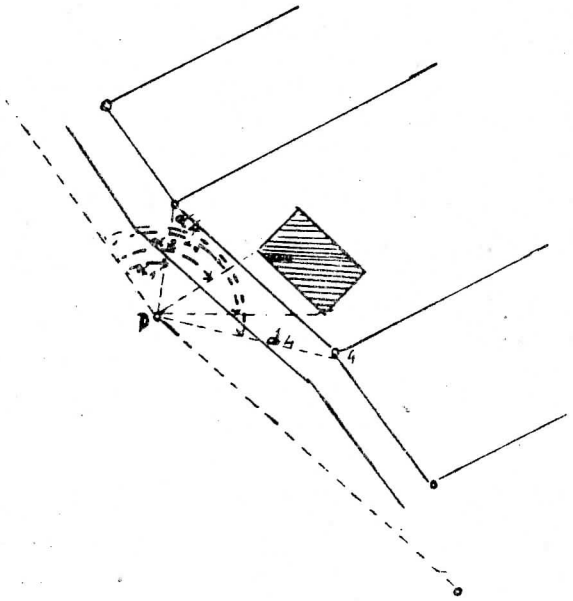
Linije se također dijele na redove i to I., II. i III. reda kako je prikazano na sl. 17.

Čitav niz ovakovih linija sačinjava l i n i j s k u m r e ž u.

Kada je cijeli ovakav projekat za stanovit dio zemljine površine gotov i točke (trigonometri, poligoni i male točke) stabilizirane prelazi se na snimanje detalja ortogonalnom ili polarnom metodom.

Ortogonalna metoda snimanja osniva se na primjeni pravokutnih koordinata. Za snimanja služi nam poligonska stranica ili linija snimanja kao apscisna os a bačena ili spuštena okomica kao ordinatna os. Što je apscisa *a* što ordinata i kako se snimaju pojedine međe i objekti prikazuje sl. 18.

Polarna metoda snimanja osniva se na polarnom koordinatnom sustavu t. j. položaj pojedinih detaljnih točaka određuje se pomoću polarnih koordinata od kojih je jedna kutna vrijednost t. j. kut α a druga linearna dužina »d«.



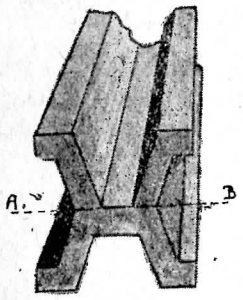
Sl. 19.

Kao pol služi poligonska ili mala točka a kao početni pravac od kojeg se kut mjeri, poligonska stranica ili linija snimanja. Kut se mjeri teodolitom (sprava za mjerenje kutova) koji osim toga ima optički uređaj za mjerenje dužina. Ako u toč. br. 4 (sl. 19) postavimo letvu sa centimetarskom podjelom, to se pomoću optičkog uređaja na teodolitu može odmah čitati udaljenosti od pola P (poligonske točke) do postava letve t. j. dužina »d_4«. Ovakovim mjerenjem možemo odrediti i visinski položaj toč. 4 kao i svih ostalih detaljnih točaka obzirom na pol P (stajalište instrumenta) pa se stoga ova metoda snimanja naziva još t a h i m e t r i j o m, što prema grčkom jeziku znači »brzo mjerenje«.

MJERE

Mjeriti neku dužinu znači usporediti ju sa izvjesnom dužinom koja je uzeta kao jedinica za uspoređivanje. Najraširenija i najpoznatija jedinica za mjerenje je metar.

Metar je približno $\frac{1}{10{,}000.000}$ dio kvadranta Pariškog meridijana koji je usvojen po komisiji francuskih naučenjaka god. 1790, ali uz uvjet, da se prethodno točnom triangulacijom izmjeri luk meridijana od Dunqerqe-a do Barcelone (ova dva grada leže na istom meridijanu). Kako su mjerenja dugo trajala, nije se čekao svršetak nego je francuski konvent god. 1799 zaključio, da se za 1 m uzme 0·513074 franc. toaza kod temperature 13° C (toaz je stara franc. mjera).



Sl. 20.

Na internacionalnoj konferenciji u Parizu god. 1875 usvojen je gornji prototip metra i izrađen od legure 90% platine i 10% iridija. Poprečni presjek ovoga metra ima oblik slova X kako prikazuje sl. 20 u naravnoj veličini. Dužina metra obilježena je crticama na plohi AB tako, da je površina legure zaštićena. Ovaj prototip čuva se u francuskom uredu za mjere »Bureau de poid et mesures« u Sevres-u kraj Pariza.

Kasnijim mjerenjem ustanovilo se, da ovaj prototip nije točno $\frac{1}{10{,}000.000}$ dio kvadranta zemljinog meridijana, ali se ipak ostalo kod te dužine. Države koje su pristupile internacionalnoj metarskoj konferenciji dobile su točno ispitane kopije gornjeg prototipa. Naša država nosi internacionalni br. 30 i čuva se u Središnjoj upravi za mjere u Beogradu.

Prednosti metarskog sustava jesu:

1. što je raširen i međunarodno poznat
2. što je decimalno izgrađen
3. što je uz njega vezan i sustav mjera za težine.

Mjere za površinu

su kvadrati mjera za dužinu:

1 m^2
1 ar = 1 a = 100 m^2
1 hektar = 1 ha = 100 a = 10.000 m^2
1 km^2 = 1,000.000 m^2

Stare mjere. Od starih mjera kod nas je najpoznatiji t. zv. hvat ili klafter.

1 hvat ili 1°, (°) uvedena kratica za hvat
1° = 6′ (stopa)
1′ = 12″ (palaca ili cola)
1″ = 12‴ (linija)

Hvat. Hvat je prirodna mjera i smatrala se dužina koju rukama može obuhvatiti čovjek srednjeg rasta.

Stopa je također prirodna mjera jednog stopala.

Palac je širina palca na ruci.

Nakon što je uveden metarski sustav uzeto je:

1 hv. = 1.896 m
1 (stopa) = 0.324 m
1″ (palac) ili col = 2.63 cm

Od starih lineranih mjera još su poznate:

geografska milja = $^1/_{15}$ ekvatorijalnog stupnja = 7,42044 km
morska milja = $^1/_4$ geografske milje = 1,85511 km.

Stare mjere za površine. Kod nas je najraširenija četvorni hvat a piše se 1 čhv ili 1 □°.

Viša jedinica je *ral* ili katastarsko jutro a piše se 1 r ili 1 kj = 1600 čhv, to je površina kvadrata 40 × 40 hv.

U narodu su još poznate slijedeće mjere:

dan oranja	= 4000 m^2
ralica	= 2500 m^2
motika	= 800 m^2
dunum	= 1000 m^2 (Bosna)
lanac	= 2000 čhv (Srijem i Vojvodina)

Za *pretvaranje* hvatnog sistema u metarski ili obrnuto važno je zapamtiti:

1 hv = 1.896484 m	1 m = 0.527292°
1 čhv = 3.596652 m^2	1 m^2 = 0.278036 □°
1 r = 5754.642 m^2	1 a = 27.8036 □°
= 0.5754642 ha	1 ha = 2780.36 □° = 1 r 1180.36 čhv

Z a d a c i :

1. Pretvori 152 hv u metre
2. Pretvori 310 m u hvate
3. Koliko ima 2 r; 856.5 čhv; kvadratnih metara (ha)
4. Koliko ima 11 ha; 527 m; četvornih hvati (rali).

Mjere za kutove.

Kut se može mjeriti na više načina:

1. Stupnjevima
2. Dužinom kružnog luka t. j. lučnom ili analitičkom mjerom
3. Kutnim (goniometrijskim) ili trigonometrijskim funkcijama
4. Postocima

ad 1. Kad mjerimo kutove horizontalne ili visinske moramo razlikovati seksagezimalnu i centezimalnu podjelu.

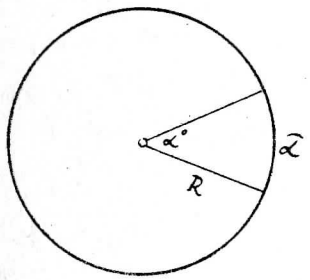
Seksagezimalna je stara podjela gdje je puni krug razdijeljen na 360^0; $1^0 = 60'$; $1' = 60''$, a pravi kut je 90^0.

Centezimalna ili nova podjela je ona gdje je puni krug razdijeljen na 400 gradi t. j. $360^0 = 400$ g.

1 grad (g) = 100 centezimalnih minuta ($1\,g = 100^c$)

1 centezimalna minuta = 100 centezimalnih sekunda ($1^c = 100^{cc}$).

ad 2. *Lučna ili analitička mjera* od velike je važnosti kod geodetskih mjerenja. Po tom mjerom smatra se luk koji pripada nekom centralnom kutu α^0 stupnjeva a izražen je u analitičkoj (metarskoj) mjeri. Da to možemo izračunati moramo postaviti slijedeći razmjer



Sl. 21.

$$\alpha^0 : 360^0 = \widehat{a} : 2R\pi$$

$$\text{odakle } \alpha^0 = \frac{360}{2R\pi} \cdot \widehat{a} \ldots\ldots 1)$$

$$\text{ili } \widehat{a} = \frac{2R\pi}{360} \cdot \alpha^0 \ldots\ldots 2)$$

dakle moramo poznavati luk $\widehat{a}$ ili centralni kut α^0 i radius R da možemo pretvoriti lučnu u stupanjsku mjeru i obrnuto. Da računanje bude lakše uzimamo, da je R = 1 pa jednadžbu 1 i 2 možemo pisati:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^0 &= \frac{360}{2\pi} \cdot \widehat{a} = \frac{180}{\pi} \cdot \widehat{a} \ldots\ldots 3) \\ \widehat{a} &= \frac{2\pi}{360} \cdot \alpha^0 = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha^0 \ldots\ldots 4) \end{aligned}\right\} \text{ za } R = 1$$

Konstanta $\frac{180}{\pi}$ naziva se ϱ ili radijant i jednak je

$\varrho^0 = 57^0,2957$ u stupnjevima
$\varrho' = 3438'$ u minutama
$\varrho'' = 206265''$ u sekundama

dakle jednadžbe 3 i 4 možemo napisati:

$$\alpha^0 = \varrho^0 \cdot \widehat{a} \text{ ili } \alpha' = \varrho' \cdot \widehat{a},\ \alpha'' = \varrho'' \cdot \widehat{a} \ldots\ldots 5)$$

$$\widehat{a} = \frac{\alpha^0}{\varrho^0} \quad \text{ili } \widehat{a} = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''} \ldots\ldots 6)$$

Ako dakle kut u stupanjskoj mjeri želimo pretvoriti u lučnu, moramo ga dijeliti s konstantom ϱ (jedn. 6) i obratno, ako luk želimo pretvoriti u pripadni centralni kut, moramo ga sa konstantom ϱ pomnožiti (jedn. 5).

Ovo pretvaranje mnogo se upotrebljava u praksi kod trasiranja cesta i željeznica gdje se dužine luka ne mogu mjeriti nego se poznaje centralni kut, pa se iz njega po gornjoj jednadžbi 6. može za svaki radius izračunati dužina luka. Za ovo pretvaranje postoje posebne Sarrazin-ove tablice za R = 1.

Osim toga primjenjuje se u geodeziji jedn. kad su luk i radius poznati, pa treba odrediti veličinu nekog malog kuta u minuta ili sekundama.

Primjeri:

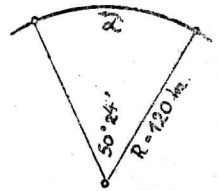
1. Na terenu izmjerili smo teodolitom kut = $50^0\ 24'$ i radius R = 120 m. Pita se koliki je luk za ove izmjerene podatke.

$$\widehat{a} = \frac{\pi}{180} \cdot R \cdot \alpha^0 = \frac{\alpha^0}{\varrho^0} \cdot R = \frac{\alpha'}{\varrho'} \cdot R$$

$$\widehat{a} = \frac{3024'}{3438'} \cdot 120$$

$$= 0.87965 \cdot 120$$

$$\widehat{a} = 105.56 \text{ m}$$



Sl. 22.

2. Ako se neki mali kut može izmjeriti t. j. kad se dužina luka ne razlikuje od dužine tetive onda možemo izračunati pripadni centralni kut po jedn. br. 5 odnosno jedn. br. 1.

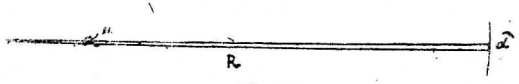
Sa nekim finim mjerilom (noniusom) izmjerili smo:

$$\widehat{a} = 0{,}0052 \text{ m}$$

$$R = 0.645 \text{ m}$$

$$\alpha'' = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\widehat{a}}{R} = \frac{\varrho'' \cdot \widehat{a}}{R} = \frac{206265'' \cdot 0.0052}{0.645}$$

$$\alpha'' = 1662'' = 27'\ 42''.$$



Sl. 23.

Zadaci:

1. Kolika je dužina luka za centralni kut

$\alpha = 0^0\,12'$ i radius R = 100 m,
$\alpha = 84^0\,40'$ radius R = 110 m,
$\alpha = 42^0\,30'$ radius R = 1200 m.

2. Izračunaj centralni kut ako je izmjerena dužina luka i radius R za:

$\widehat{a} = 0.55$ mm, R = 436 mm
$\widehat{a} = 0.25$ mm, R = 500 mm
$\widehat{a} = 0.35$ mm, R = 1 m

ad 3. *Goniometrijske* (kutne) *funkcije.*

U pravokutnom trokutu kut može biti izmjeren kao funkcija odnosa pojedinih stranica.

sinus (sin.) kuta, α je omjer između suprotne katete i hipotenuze.

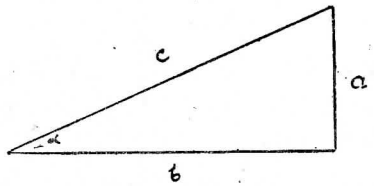
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \ldots\ldots 1)$$

Cosinus (cos) kuta α je omjer između priležeće katete i hipotenuze.

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \ldots\ldots 2)$$

Tangens (tg) kuta α je omjer između suprotne i priležeće katete.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad \ldots\ldots 3)$$



Sl. 24.

Cotangens (cotg) kuta α je omjer između priležeće i suprotne katete

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$$

Ako podijelimo jedn. 1) sa jedn. 2)

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$

vidimo da je to tangens kuta α ili jedn. 3). Podijelimo li jedn. 4) s jedinicom

$$\frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$

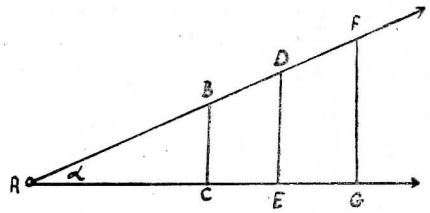
Još se upotrebljavaju cosecans i secans kao recipročne vrijednosti sinusa i cosinusa.

sin, cos, tg, i cotg, nekoga kuta su neimenovani brojevi i zavise samo o veličini kuta, pa se i radi toga zovu goniometrijske funkcije. Goniometrija je grčka riječ t. j. gonia = kut, metrein = mjeriti.

O veličini stranica odnosno pravokutnog trokuta kutna funkcija ne ovisi, jer su trokuti za jedan te isti kut slični, a omjer jednak što se vidi iz sl. 25.

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD} = \frac{FG}{AF}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{FG}{AG} \quad \text{i t. d.}$$



Sl. 25.

Ako je na pr. kut $\alpha = 45^0$, onda je

$a = b$; $c = a\sqrt{2}$ odnosno

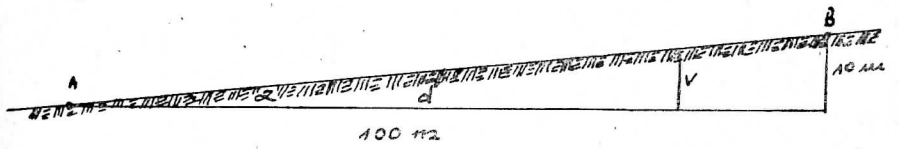
$\sin \alpha = \cos \alpha$

$$\sin 45 = \cos 45 = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711 \ldots\ldots$$

$$\operatorname{tg} 45 = \operatorname{ctg} 45 = \frac{a}{a} = 1$$

Općenito. Ako su nam zadane stranice u pravokutnom trokutu možemo izračunati veličinu dvaju ostalih kutova (treći je 90^0).

ad 4. *Nagnutost terena* odnosno kut nagiba može se mjeriti u postocima. Kada se kaže da teren raste ili pada za 10% znači, da je između točaka A i B kojih je horizontalna udaljenost 100 m visinska razlika 10 m.



Sl. 26.

Općenito v : d = 10 : 100.

Prema tome ako znamo v i d možemo izračunati nagib u postotku na pr.

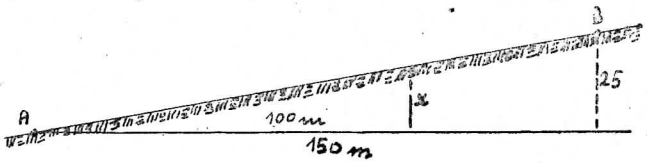
v = 25 m

d = 150 m. Pita se koliko je v na 100 m horizontalne udaljenosti?

$25 : 150 = x : 100$

$150\,x = 2500$

$$x = \frac{2500}{150} = 16{,}66\%$$



Sl. 28.

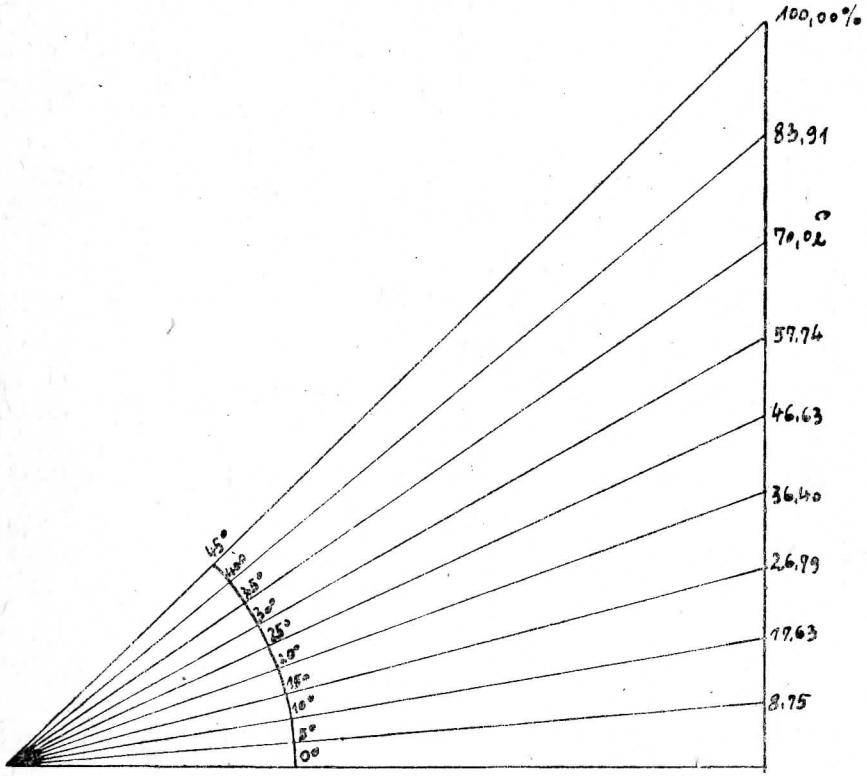
Ako znamo nagnutost terena u stupnjevima, to možemo lako izračunati postotak po goniometrijskoj funkciji $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

ili $a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Ako je b = 100 m a α se mijenja, možemo za različite vrijednosti sastaviti slijedeću tablicu

α	tg. α	b	a
5	0.0875	100	8,75%
10	0.1763	100	17,63%
15	0.2679	100	26,79%
20	0.3640	100	36,40%
25	0.4663	100	46,63%
30	0.5774	100	57,74%
35	0.7002	100	70,02%
40	0.8391	100	83,91%
45	1.0000	100	100,00%

Vidimo da nagibu 100% odgovara kut α = 45°.

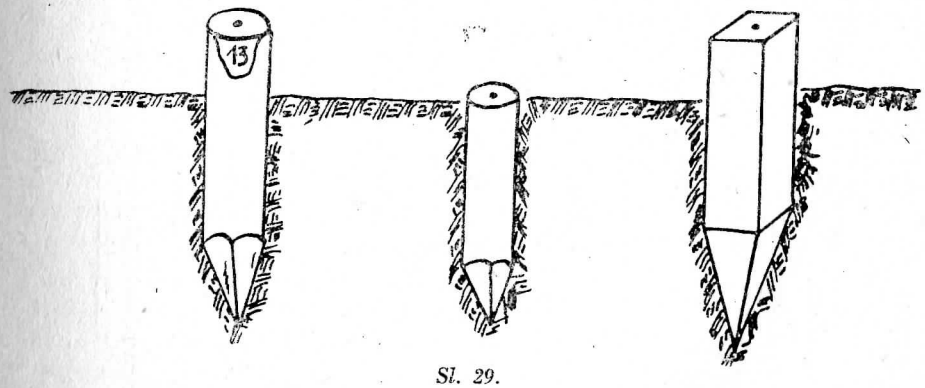


Sl. 27.

STABILIZACIJA

OBILJEŽAVANJE TOČAKA NA TERENU

Kod svake izmjere određuje se međusobni položaj točaka na terenu, stoga je potrebno te točke na neki način obilježiti. Ako je izmjera mala, a točke služe samo privremeno, mogu se obilježiti iz slabije građe t. j. drvenim kolčićem. Kolci se uzimaju 30—50 cm dugački i 5—10 cm debeli, okruglog ili pravokutnog presjeka. Zašiljeni kolci zabijaju se vertikalno u zemlju. Sredina kolčića određuje centar točke. Radi točnije oznake može se u sredinu kolčića zabiti čavlić. Kolac se zabije sasvim u zemlju ili da nešto viri iz zemlje. Sl. 29 prikazuje dimenzije kolca i način zabijanja.

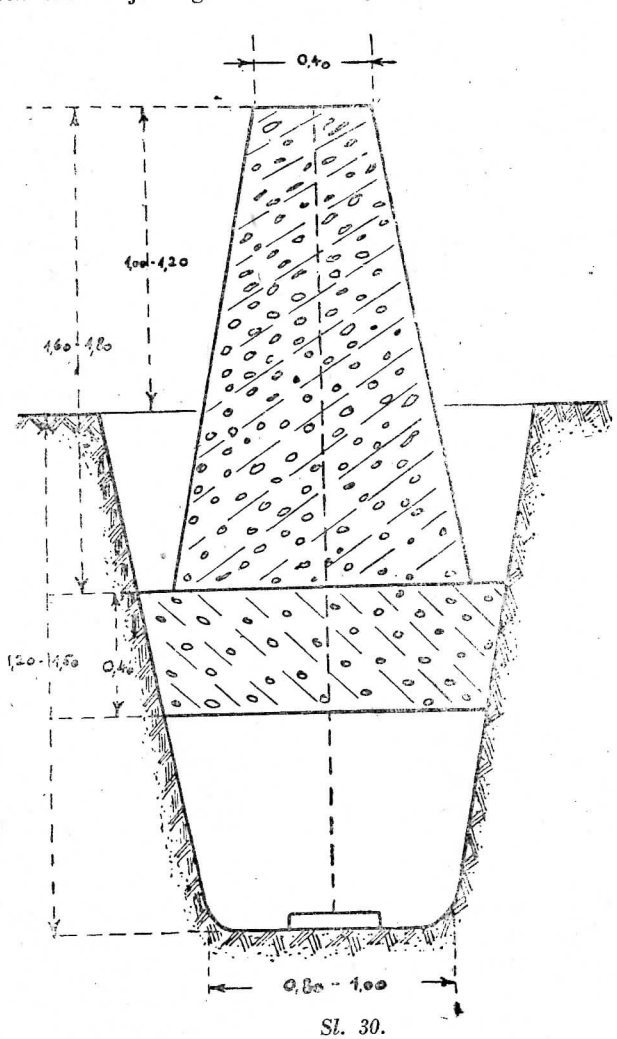


Sl. 29.

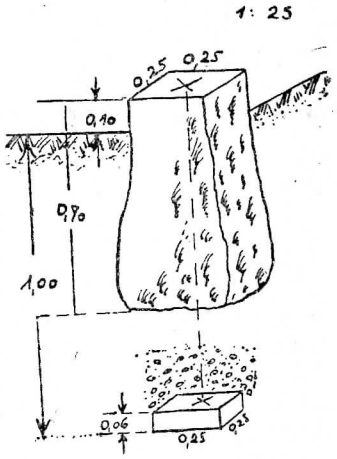
Kod većih izmjera naročito kod državnih točke moraju biti stabilizirane tako, da izmjera može poslužiti za dulje vrijeme t. j. moraju biti obilježene trajnim oznakama. Razlikujemo tri vrsti obilježavanja točaka: fiksiranje, stabiliziranje i signaliziranje. Kod izmjera gdje se razvija trigonometrijska, poligonska i linijska mreža sve se točke obilježavaju trajnim oznakama.

Trigonometričke točke (triangulacione točke). Stabiliziraju se dvostruko: n a d z e m n o sa stupovima od prirodnog kamena kojeg je glava pravilno isklesana ili stupovima od betona, različitih dimenzija prema važnosti samih točaka; p o d z e m n o pločicom od kamena, betona ili cigle sa uklesanim križom u sredini koji označuje centar. Podzemni centar služi radi ustanovljenja položaja točke u slučaju kad je gornji kamen (nadzemni centar) oštećen

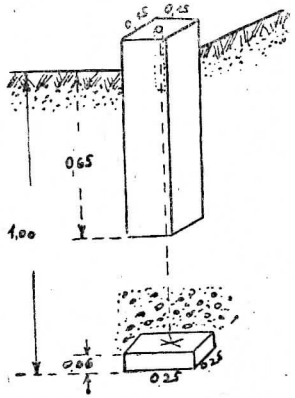
ili se pomaknuo ili je sasvim nestao. Nadzemni i podzemni centar mora ležati na istoj vertikali. Između nadzemnog i podzemnog centra običaje se stavljati krhotine stakla koje kod kopanja upozoravaju da je podzemni centar u blizini kako se isti nebi oštetio. Sl. 30, 31 i 31a prikazuju nekoliko načina stabiliziranja trigonometričkih točaka različitih redova.



Sl. 30.



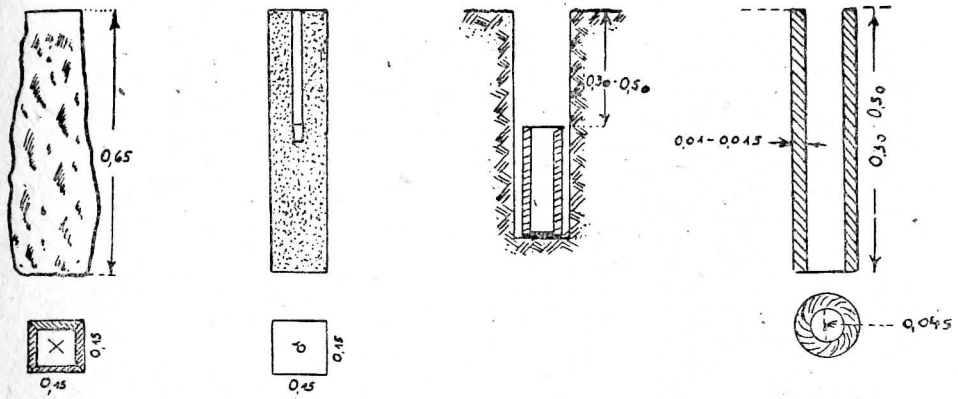
Sl. 31.



Sl. 31 a

Poligonske točke stabiliziraju se također trajnim oznakama dvostruko i to kamenim ili betonskim stupovima, drenskim ili željeznim cijevima, u stijenu uklesanim križevima i tome slično. Cijevi se ukopavaju zasebnim svrdlom tako, da im gornji rub dođe 0.30—0.50 m ispod zemljine površine a ispod cijevi kao podzemni centar spusti se okrugla pločica koja u sredini ima rupicu. Ova podzemna pločica definira točku kad se cijev ošteti odnosno izgubi. U iskopanu rupu cijev se spušta pomoću žice provučene kroz podzemni

centar zatim se cijev malko izdigne i zaspe zemlje između cijevi i pločice, a žica izvuče. Za vrijeme izmjere rupa je otvorena a nakon svršetka ista se zatrpa. Ako kasnije treba točku pronaći, onda se ista otkopa prema topografskom opisu. Cijev se stavlja ispod površine zemlje zato, da se prigodom oranja ili t. sl. nebi oštetila.



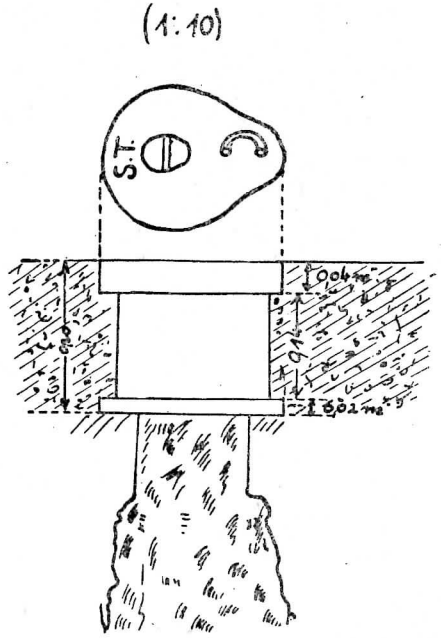
Sl. 32.

U gradovima poligonske točke usađene su ispod pločnika. Iznad točke je željezni poklopac kruškolikog oblika sa slovima S. T. (stalna točka). Takve točke se nalaze gotovo na svakom uglu u Zagrebu.

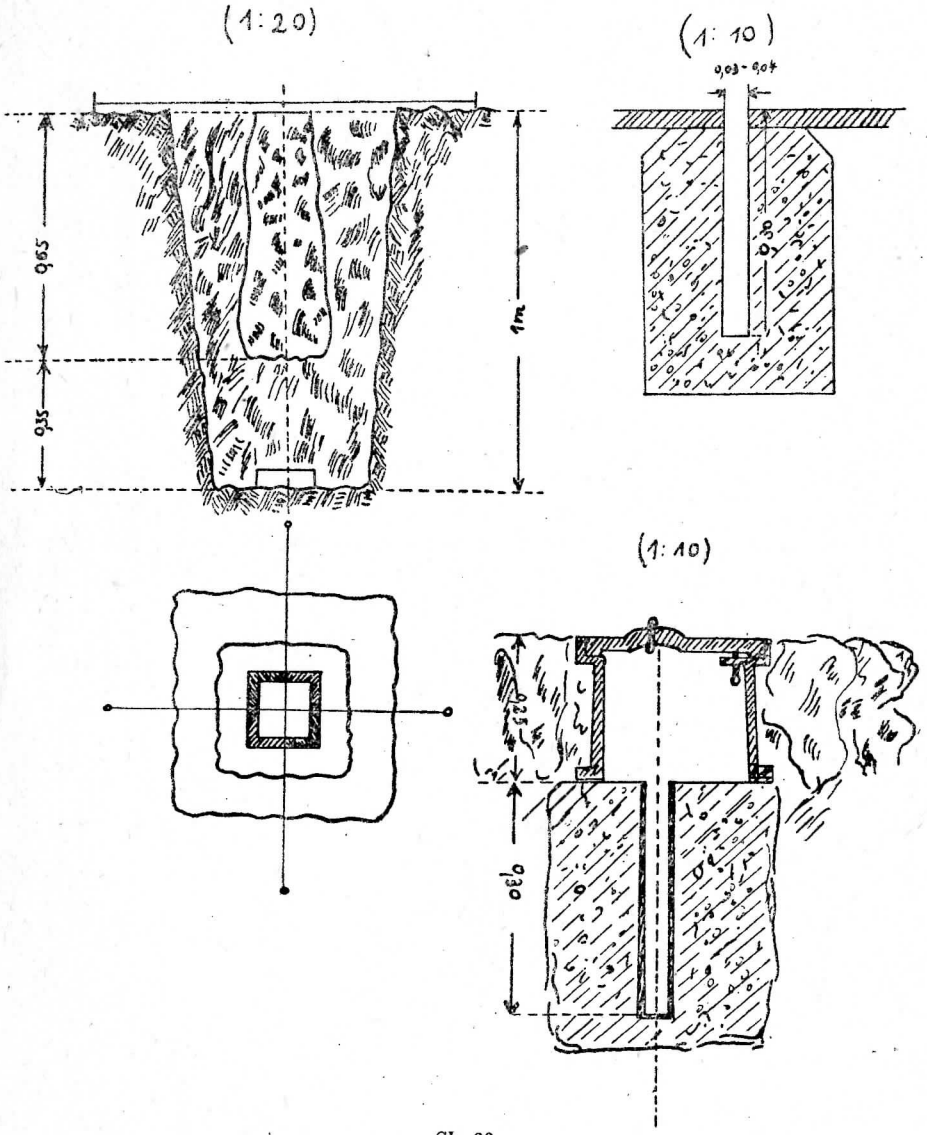
Poligonske točke tahimetričkih i busolnih vlakova, koji služe samo za snimanje terena u vertikalnoj projekciji mogu se obilježiti i kolcima.

Sl. 33 i 33a pokazuje nekoliko načina gradskog obilježavanja poligonskih točaka. U izdubenom prostoru pločnika može se nalaziti mjedena kuglica sa zasjekom za trasirku ili u pločniku je u vertikalnom položaju ubetoniran komad plinske cijevi u kojeg se postavlja trasirka. U oba slučaja preko toga mjesta dolazi pokrov kao kod hidranta.

Male točke se stabiliziraju kamenim stupovima, drenskim ili željeznim cijevima kao poligonske točke a kod manje važne izmjere hrastovim kolcima. Na pločnicima male točke se mogu obilježavati željeznim klinovima zabijenim u pločnik ili željeznim cijevima promjera 1—2 cm, koji se zalije betonom u izbušenoj rupi.

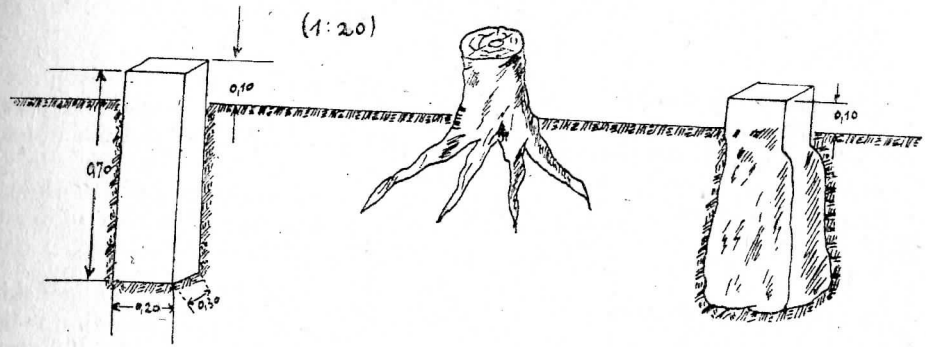


Sl. 33.

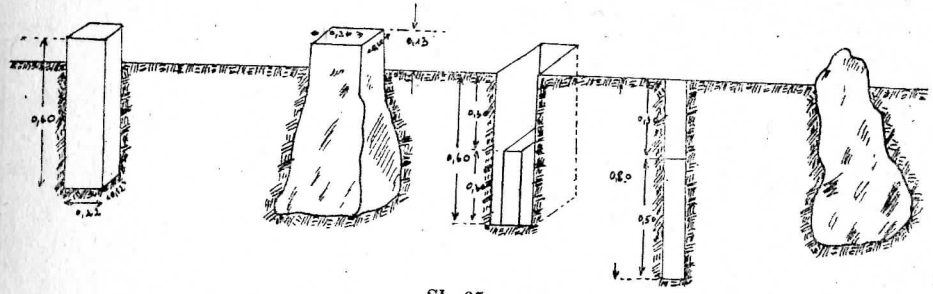


Sl. 33 a

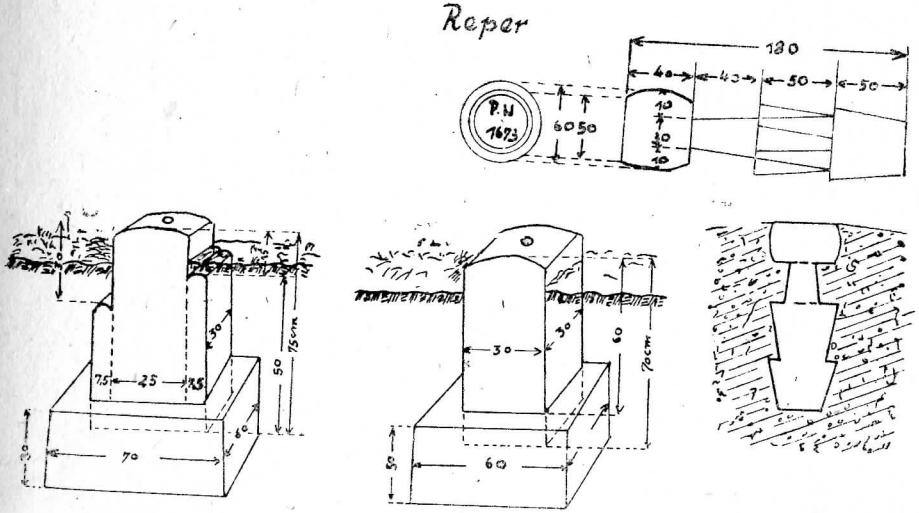
Međne oznake katastralnih općina mogu biti kameni ili betonski stupovi, stalna međna stabla (ako postoje), prirodni kamen grubo zatesan na vrhu ili urezani križ u čvrstoj stijeni.) Sl. 34.



Sl. 34.



Sl. 35.

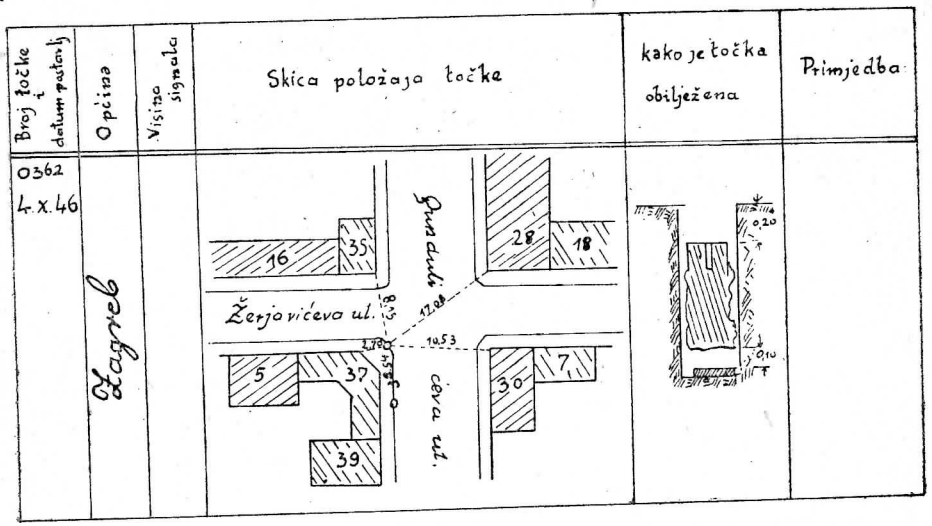


Sl. 36.

Međašne točke granica posjeda. Za međašne oznake najbolje je uzeti kameni ili betonski stup odnosno prirodan kamen gore grubo otesan koji viri 10 cm. iznad zemljine površine. Ako međašna točka dolazi na stijeni onda je dovoljno u istu uklesati križ. U krajevima oskudnim na kamenu uzima se šuplja ili puna dobro pečena cigla odnosno željezna cijev, koja se stavlja vertikalno ispod zemlje. Sl. 35 prikazuje obilježavanje međnih točaka na razne načine.

Visinske točke (Nivelmanski reperi). Nivelmanski reperi kod nivelmana (razanja) označuju se prema terenskim prilikama na razne načine; u zgradama, mostovima, propustima, nepomičnim stijenama i drugim stalnim objektima reperima od ljevanog željeza. Ako na terenu nema zgodnih objekata za utvrđivanje repera onda se isti namještaju u kamene stupove oblika i dimenzija prema sl. 36. Kameni stupovi sa usađenim gvozdenim reperom ukopava se tako, da budu 10 cm. iznad zemljine površine.

Topografski opis točaka. Kod stabiliziranja trigonometričkih, poligonskih točaka i nivelmanskih repera izradi se obično i topografski opis pojedine točke kako bi se ista kasnije mogla lako pronaći. U opisu skicira se položaj prema obližnjim objektima ili međama, upišu udaljenosti do tih objekata i ujedno opiše način stabilizacije, prema sl. 37.

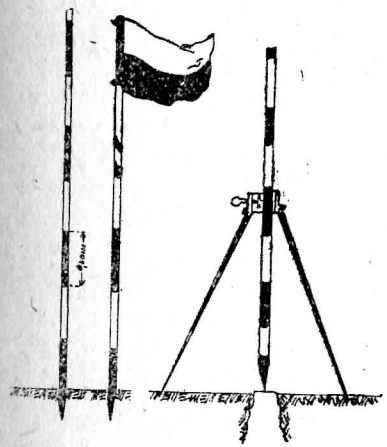


Sl. 37.

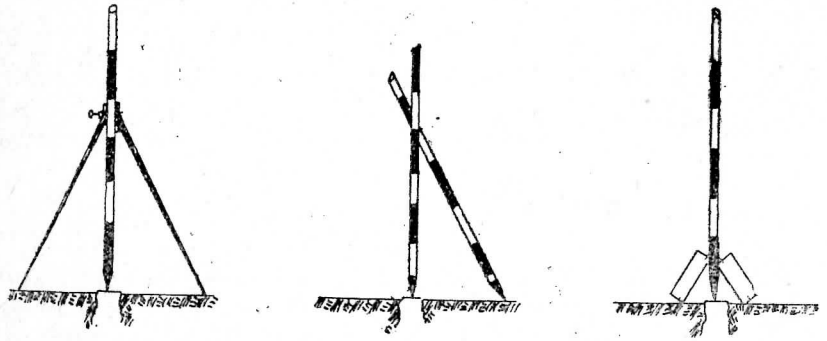
SIGNALIZACIJA

Da se stabilizirane točke mogu iz daljine vidjeti mora ih se vidljivo označiti t. j. signalizirati. Često se može iskoristiti prirodni signal kao: gromobran, tvornički dimnjak, crkveni toranj i tome sl.

Umjetno signaliziranje provodi se na više načina prema svrsi rada.

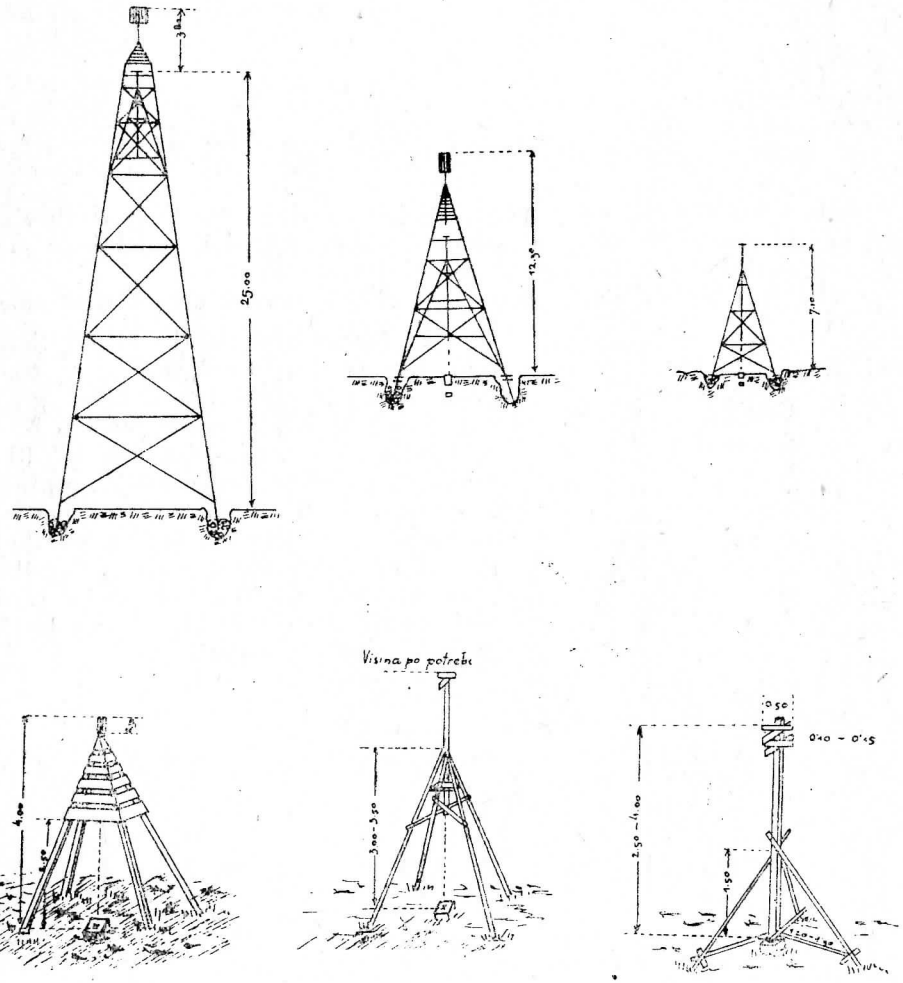


Za manje udaljenosti (do nekoliko stotina metara) upotrebljavaju se trasirke (značke). To su ravni štapovi iz suhog i jelovog drveta ili lakog metala, dužine 2—5 m debljine 2—6 cm, presjeka okruglog ili trobridnog a bojadisane crveno bijelim prugama širokim 20 ili 50 cm. Trasirka svršava metalnim šiljkom s kojim se zabada u zemlju a za postavljanje na tvrdom terenu (pločniku ili kamenu) služi zaseban tronog. Na trasirku može se objesiti crveno bijela zastavica da se iz daljine lakše primjeti.



Sl. 38.

Kod većih izmjera trasirke služe za signalizaciju cijele poligonske i linijske mreže.



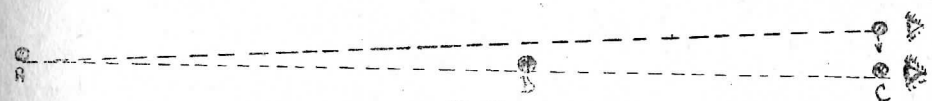
Sl. 39.

Za signaliziranje trigonometrijskih točaka upotrebljavaju se piramide i signali raznih konstrukcija već prema položaju samih točaka. Piramide treba da budu što stabilnije i po mogućnosti ne previsoke. Ako je piramida takove konstrukcije, da instrument ne stoji na zemlji već je podignut, onda mora biti nezavisan od piramide t. j. za njega mora biti konstrirana unutarnja piramida. Za vrlo visoke piramide moraju se dimenzije gradiva izračunati po svim tehničkim propisima. Sl. 39 prikazuje razne načine signaliziranja trigonometrijskih točaka.

ISKOLČENJE PRAVACA

Kod iskolčenja pravaca na terenu mogu nastupiti dva slučaja i to da se krajnje točke određenog pravca dogledaju ili da se one ne dogledaju.

1. *Produženje zadanog pravca.* Pravac AB treba na terenu produžiti. Na krajnje točke A i B postavimo trasirke a treću od prilike u produženju pravca te preko nje viziramo (gledamo) i zajedno s njom pomičemo se tako dugo, dok ista dođe u produženje trasirkâ AB kako prikazuje sl. 40. Točka C tražena je u produženju pravca AB. Kod viziranja treba se odmaknuti od trasirke od prilike na 1 m, jer je u tom slučaju iskolčenje lakše a pogreška manja.



Sl. 40.

2. *Iskolčenje međutočaka na zadanom pravcu.* Ako se radi o iskolčenju međutočaka onda za takav rad trebaju dva stručna radnika (figuranta). Prvi vizira od trasirke A prema B i uravnava trasirku D_1 u pravac tako dugo dok figurant sa trasirkom ne dođe u točku D. Taj isti rad mogao bi izvršiti i jedan stručni radnik ali na taj način, da najprije iskolči produženje pravca AB t. j. točku C kako je opisano u prethodnom slučaju, a poslije toga vrati se otprilike u točku D_1 i pomiće se s njom tako dugo dok dođe u produženje pravca BC t. j. u točku D a to je ujedno međutočka pravca AB.

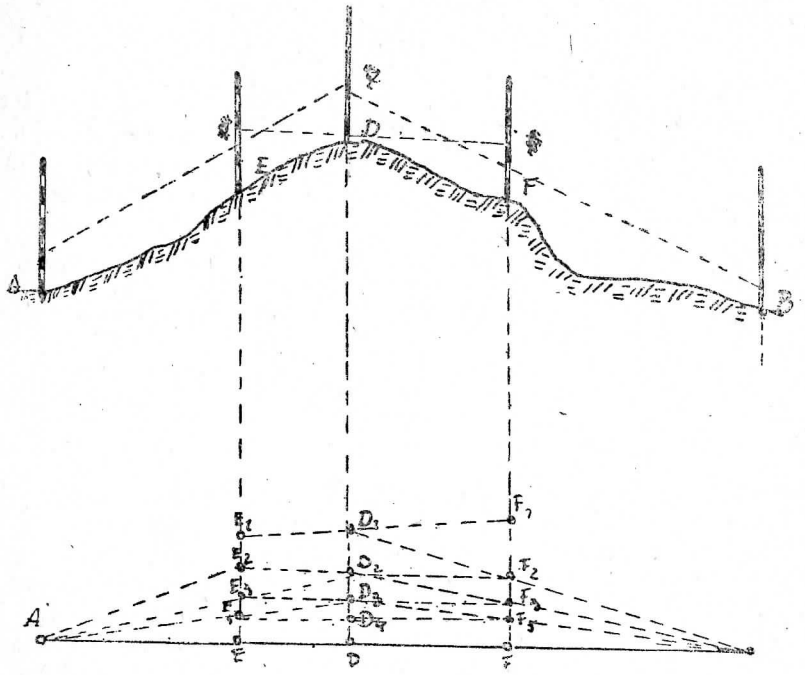
Sl. 41.

3. *Iskolčenje pravca ako se krajnje točke A i B ne dogledaju.*

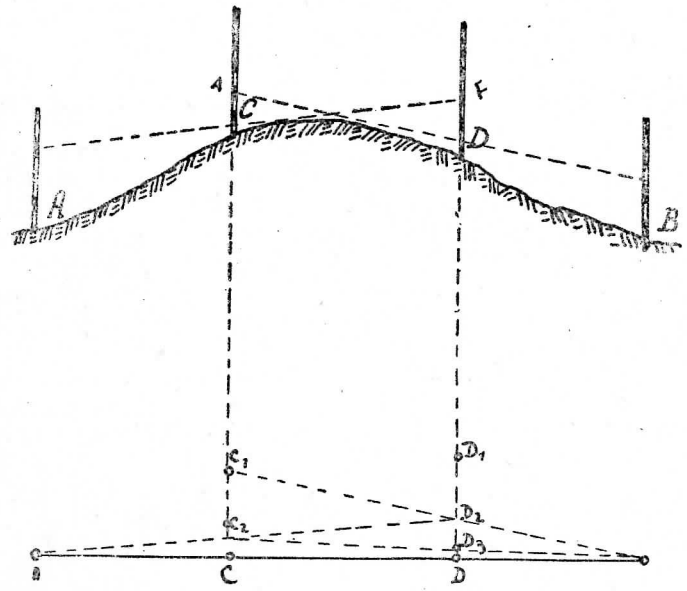
a) U točkama A i B postavimo trasirke a na zgodnome mjestu terena postavimo još jednu trasirku na pr. u točki D tako, da se od nje vide točke A i B. Zatim se izaberu na terenu još dvije točke i to E i F ali tako, da se iste dogledaju. Za ovaj rad potrebna su tri stručna radnika. Figurant u toč. D uravnat će najprije trasirku E_1 u pravac D A, a zatim trasirku F_1 u pravac D B t. j. u točke E_2 i F_2. Zatim će figuranti iz toč. E_2 i F_2 uravnavati trasirku D_1 tako dugo, dok ista ne dođe u pravac E_2 F_2 t. j. u točku D_2.

Nakon toga figurant iz toč. D_2 uravnava trasirke E_2 i F_2 tako dugo dok ne dođu u pravac A—D_2 i B—D_2 t. j. u točke E_3 i F_3 i t. d. te se postupak ponavlja tako dugo dok ne postignemo da točka E bude u pravcu D A a točka F u pravcu D B, a u istom času da se E i F dogledaju u pravcu preko D. U tom slučaju su točke E D i F međutočke zadanog pravca A B.

b) Isti zadatak mogu obaviti dva figuranta ali u tom slučaju ako je teren takav da figurant u toč. C preko D vidi B i figurant iz toč. B preko C vidi A. Uravnavanje je potpuno analogno prethodnom slučaju t. j. najprije figurant C_1 uravnava D_1 u pravac prema toč. B. Zatim figurant iz toč. D_2 uravnava figuranta iz toč. C_1 dok ne dođe u C_2 t. j. u prvac D_2—A i t. d. Postupak se ponavlja tako dugo dok figurant iz C preko D vidi B a u isti čas figurant iz D preko C vidi A.



Sl. 42.

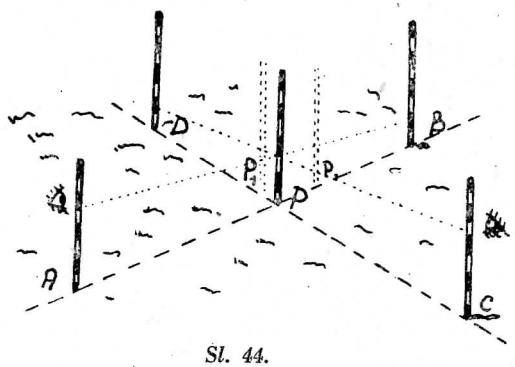


Sl. 43.

4. *Iskolčenje sjecišta dvaju pravaca.* Presjek dvaju pravaca može se odrediti na dva načina a) sa tri stručna radnika

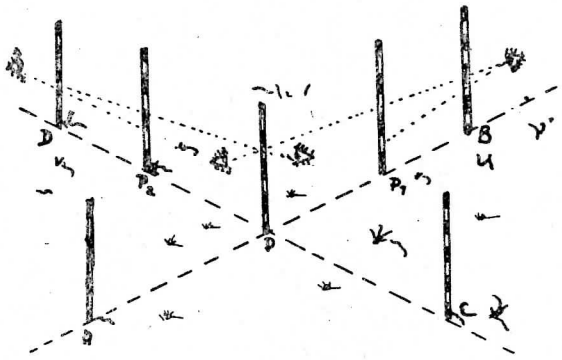
b) sa jednim stručnim radnikom.

a) Figuranti u toč. A i C uravnavaju figuranta sa trasirkom svaki u svoj pravac tako dugo dok isti ne dođe najprije u smjer pravca A B t. j. u toč. P_1, a zatim ga uravnava figurant iz toč. C dok ne dođe u toč. P_2 t. j. na pravac C D. Ovo uravnavanje vrši se naizmjenično tako dugo dok figuranti u A i C vide u isti mah trasirku u toč. P svaki u svom smjeru.



Sl. 44.

b) Isti zadatak može riješiti i jedan figurant, ako si prethodno iskolči po jednu točku na produženju svakog pravca (smjera) t. j. točke P_1 i P_2. Nakon toga može se on uravnavati u pravac A B t. j. pravac B—P_1 i u pravac C D t. j. D—P_2 i to tako, da kod viziranja pokriva trasirka P istovremeno obadva zadana smjera. To bi bio slučaj iskolčenja naveden pod toč. 2.

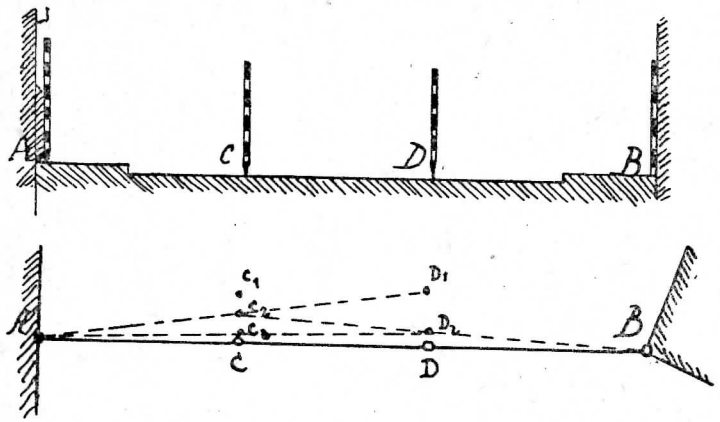


Sl. 45.

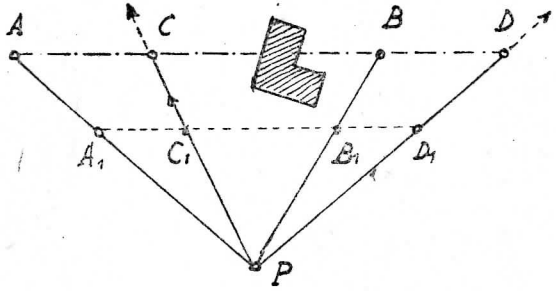
5. *Iskolčenje međutočaka ako su krajnje toč. A B nepristupačne.* Ovaj slučaj redovito se primjenjuje u gradovima kod iskolčenja regul. linije, kako se vidi iz sl. 46 gdje su toč. A i B nepristupačne za viziranje. Za ovaj rad potrebna su dva figuranta koji se sa trasirkama postave po volji u toč. D_1 i C_1. Figurant u toč. D_1 uravnava figuranta C_1 dok ne dođe u pravac D_1—A t. j. u toč. C_2. Nakon toga figurant u toč. C_2 uravnava figuranta D_1 dok ne dođe u toč. D_2 i postupak se ponavlja sve dotle dok u isti mah figurant iz toč. C vidi toč. B preko trasirke D, a figurant u toč. D vidi toč. A preko trasirke C.

6. *Iskolčenje međutočaka na pravcu* A B *ako se ne može vizirati od* A *prema B i obratno uslijed zapreke.* Pretpostavimo da između točaka A i B stoji kakova zgrada, što je redoviti slučaj u gradu. Izabiremo proizvoljnu toč. P i to tako da se iz nje vide toč. A i B t. j. da možemo izmjeriti dužine PA i PB. Na pravcima PA i PB iskolčiti ćemo međutočke A_1 i B_1 i to tako, da su te dužine n-ti dio dužina PA i PB t. j. $PA_1 = \frac{PA}{n}$ i $PB_1 = \frac{PB}{n}$ gdje je »n« proizvoljan okrugli broj na pr. 2, 5, 10. Nakon toga iskolčimo u pravcu

A_1 B_1, međutočku C_1, te izmjerimo PC_1, onda je dužina $PC = n \cdot PC_1$, a točka C je međutočka pravca AB. Isto vrijedi i za toč. B koja leži na produženju pravca AB_1 t. j. najprije ćemo odrediti po volji točku D_1 t. j. u produženju pravca A_1 B_1 i izmjeriti PD_1, a iz poznate proporcije dobit ćemo da je $PD = n \cdot PD_1$. Rezultat je točniji što je manji »n«.



Sl. 46.



Sl. 47.

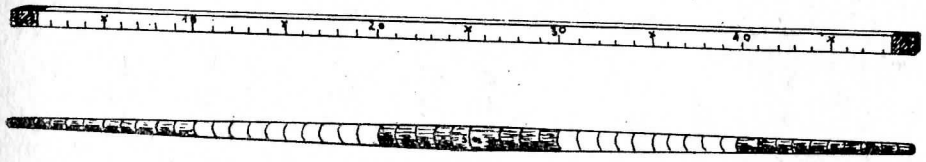
GEODETSKI PRIBOR ZA MJERENJE DUŽINA

Pribor za mjerenje dužina možemo podijeliti u dvije skupine i to glavni i pomoćni.

U g l a v n i pribor možemo ubrajati sprave za direktno mjerenje bez kojih dužinu ni u kojem slučaju ne bi mogli izmjeriti a to su: letve, letve za profiliranje, čelična vrpca, lanac, platnena vrpca, mjeraći kotač, žica.

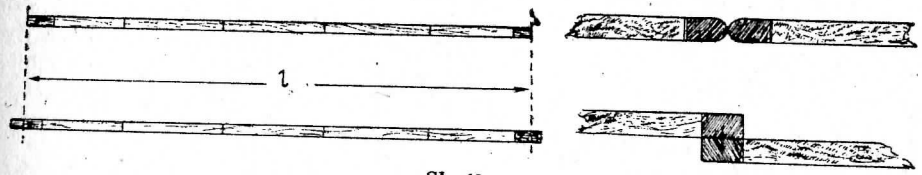
P o m o ć n i pribor za mjerenje je onaj kojim se služimo pri rukovanju sa glavnim priborom a to su: trasirka, visak, razalni trokut, klinomjer (klinometar), libela i padomjer.

Letve su dugačke 3—5 m, debele 2—3 cm, široke 5—6 cm a izrađene su iz zdravog i suhog jelovog drveta, presjek je pravokutan ili eliptičan, dok su krajevi letava okovani. Na letvama označeni su metri i decimetri a eventualno poludecimetri i centimetri. Obično se centimetri kod mjerenja procjenjuju. Da se uslijed vlage letve ne bi deformirale oličene su uljenom bojom ili su natopljene u lanenom ulju. Kod mjerenja potrebna je garnitura od dvije letve, jedna je crno-bijela a druga crveno-bijela t. j. metrički interval je naizmjence obojadisan.



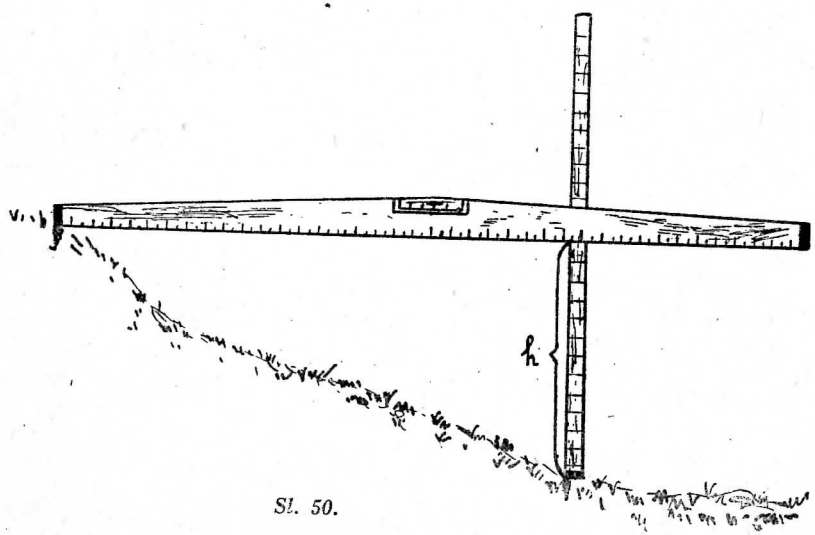
Sl. 48.

Korisna dužina l koja služi za mjerenje može biti definirana krajevima letve ili posebnim zarezima unutar letve (sl. 49). Prvom garniturom mjeri se tako, da slijedeća letva dođe na produženje prijašnje, a drugom, da početni zarez slijedeće dođe na završni zarez prijašnje letve.



Sl. 49.

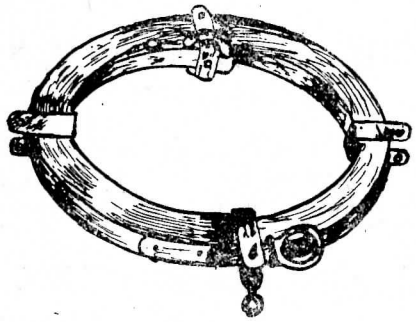
Letve za profiliranje služe za mjerenje profila gdje uz horizontalnu udaljenost mjerimo ujedno i visinske razlike pojedinih točaka. Vodoravna letva zove se ravnjača i obično je duga 4 m. Za postavljanje u vodoravni položaj služi ugrađena libela u sredini letve. Vertikalna letva zove se podravnjača i duga je 3 m a postavlja se u vertikalan položaj pomoću viska, zidarske ili



Sl. 50.

dozne libele. Podjeljenja kod jedne i druge letve označena su u metrima i decimetrima dok se centimetri kod mjerenja procjenjuju. Ravnjača služi za mjerenje horizontalnih daljina a podravnjača za mjerenje visinskih razlika »h« pojedinih točaka.

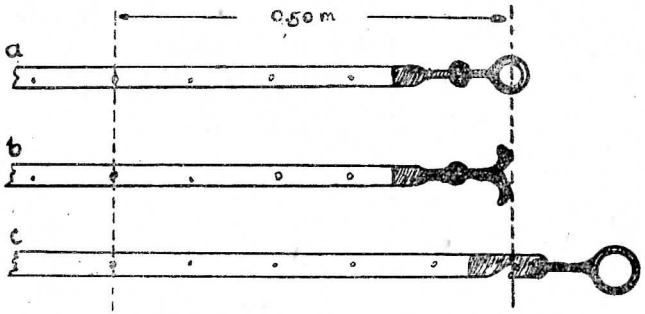
Čelična vrpca služi za direktno mjerenje dužina na ravnom i nagnutom terenu. Razlikujemo više vrsta čeličnih vrpca. Velika — poljska dugačka je 20 ili 50 m odnosno u hvatnoj mjeri 10 ili 20 hv. Široka je 10—30 mm. Puni metri (hv) označeni su mjedenim pločicama sa opisanim brojevima, polumetri (poluhvati) dugmetima, decimetri (desetine hvata) rupicama, dok se centimetri kod mjerenja procjenjuju.



Sl. 51.

Podjeljenja na jednoj strani vrpce teku u jednom a na drugoj u suprotnom smjeru. Na pr. kod vrpce od 20 m pločici sa natpisom od 9 m na jednoj strani odgovara pločica sa natpisom 11 m na drugoj strani. Na krajevima vrpce nalaze se prsteni ili metalni držci na kojima je ujedno urezana nulmarka kako prikazuje sl. 52. Početak korisne dužine za mjerenje je kod:

a) u sredini prstena
b) na kraju drška
c) više prema unutrašnjosti vrpce.

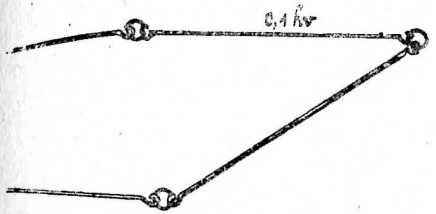


Sl. 52.

Vrpca a i c služi kod poljske izmjere dok vrpca b kod gradskih izmjera gdje nul-marku treba prisloniti uz brid kuće. Kod rada treba naročito paziti da se vrpca ne zapetlja i naglo ne povuče, jer može lako puknuti. Poslije uporabe treba ju dobro osušiti i premazati krpom natopljenom u ulju kako bi se spriječilo rđanje. Zarđale vrpce mogu se dobro očistiti kroz suhu travu ili petroleumom a poslije toga obrisati suhom krpom i namazati mašinskim uljem. U slučaju, da vrpca pukne prigodom popravljanja, potrebno je paziti da ne promjeni svoju prvobitnu dužinu. Nakon uporabe vrpca se namota na poseban kolut. Sl. 51.

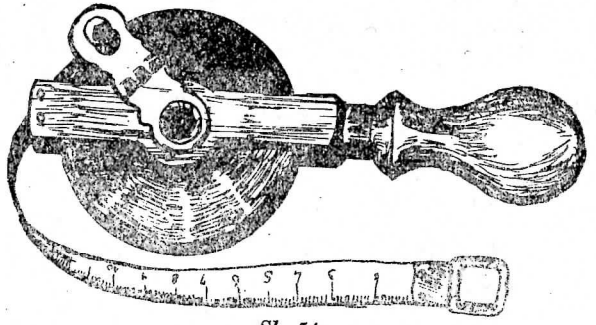
Danas se za čeličnu vrpcu mnogo upotrebljava naziv lanac.

Lanac se prije kod mjerenja mnogo upotrebljavao. Sastoji se iz članaka od kojih je svaki 0,1 hv. Dužina je lanca 10 hv. Članci su karikama povezani, dok su puni hvati označeni jačim karikama odnosno pločicama sa brojevima. Lanac je za mjerenje nepraktičan, težak i netočan jer se natezanjem prsteni (karike) lako deformiraju. Postupak kod mjerenja isti je kao i sa vrpcom.



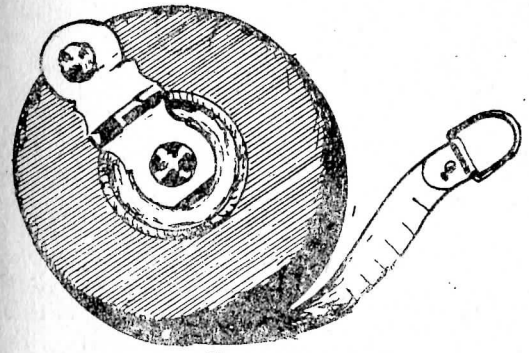
Sl. 53.

Ručna čelična vrpca duga je 10, 20 ili 25 m a primjenjuje se kod ortogonalnog snimanja detalja za mjerenje ordinata. Uža je i tanja od velike poljske vrpce a naročita je prednost što je pomoću čeličnog pera namotana na poseban metalni okvir sa drvenom ručkom. Osim metarskog i decimetarskog podjeljenja ova vrpca ima i centimetarsko podjeljenje.



Sl. 54.

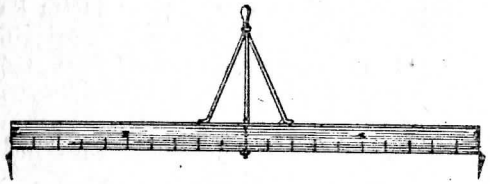
Platnena vrpca dugačka je 20 m a nalazi se u posebnoj kožnatoj futroli. Izrađena je od platna u kojem je protkana tanka bakrena žica da se dužina natezanjem kod mjerenja pri vlažnom vremenu ne bi promjenila. Podjela je označena sa centimetrima (uljenom bojom). U glavnom se upotrebljava kod mjerenja kraćih dužina, dočim je za dulje stranice nepouzdana.



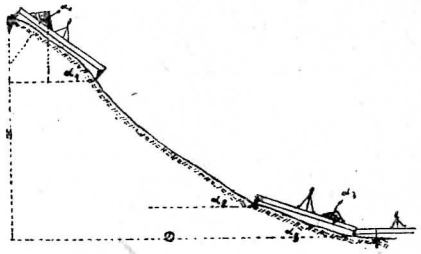
Sl. 55.

Mjeraće šestilo ili okretna letva. Dugačka je 2 m čiji krajevi završavaju željeznim šiljcima, koji se pri mjerenju zabadaju u zemlju. U sredini letve nalazi se ručka u visini 50—60 cm iznad letve. Podjele na letvi napisane su obrnuto zato, da se kod baratanja mogu odozgo čitati. Primjenjuje se naj-

više u šumarstvu gdje je teren čist kao i u Alpama a u vezi sa klinomjerom, s kojim se mogu ujedno mjeriti i kutovi nagiba. Služi za brzo mjerenje gdje ne treba veće točnosti.

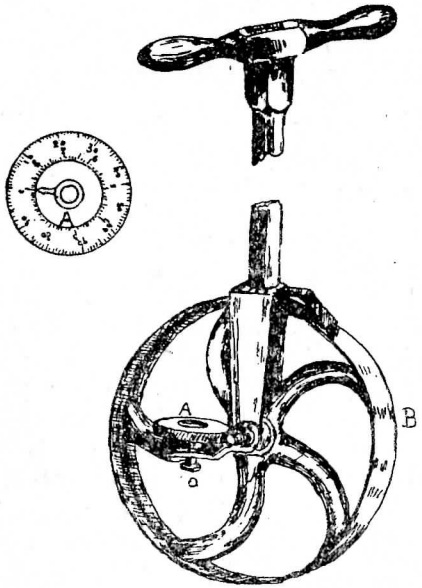


Sl. 56.



Sl. 57.

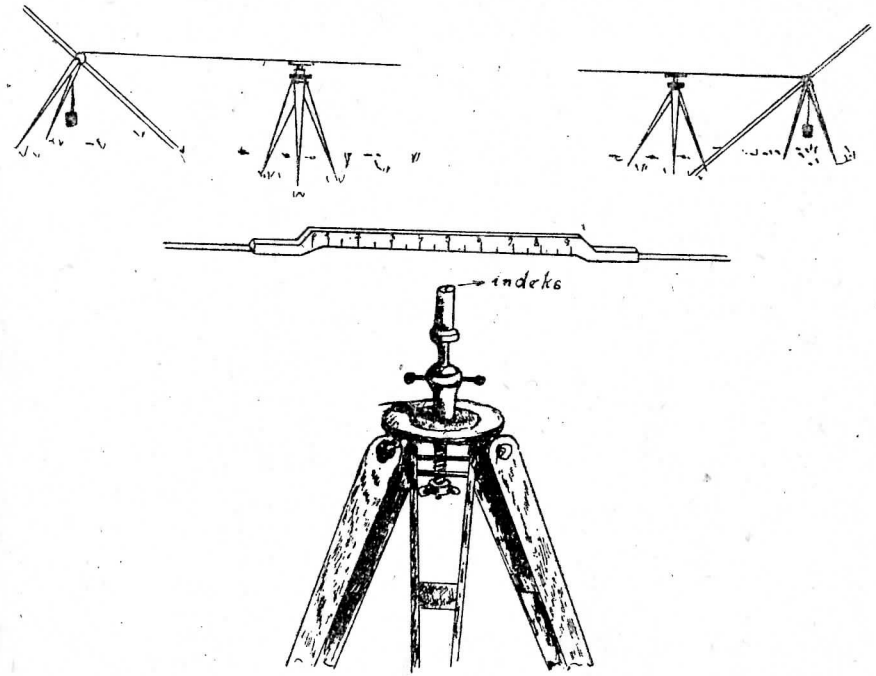
Mjerači kotač sastoji se od kotača B kojemu je opseg poznat (1 m). Na osovini kotača montirano je posebno brojilo A koje broji okretaje. Sa kotačem mjeri se na taj način, da se kotura po izvjesnom pravcu. Površina mora biti idealno glatka ako se želi dobiti točan rezultat mjerenja. Kako je to u praksi vrlo rijedak slučaj, to se mjerenje sa ovom spravom ne preporuča.



Sl. 58.

Žica se upotrebljava u geodeziji kod vrlo preciznih mjerenja t. j. kod mjerenja bazisa osnovne stranice triangulacije. Izrađuje se od raznih slitina 36% nikla i 64% čelika. Ova slitina naziva se invar. Duga je 24 m. Za mjerenje potrebni su još tronogi sa reperima koji se postavljaju u pravac mjerenja pomoću instrumenta (teodolita) na međusobne udaljenosti za dužinu

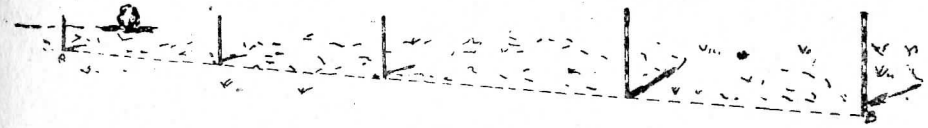
žice. Žica se zateže utezima od po 10 kg koji vise preko kolotura pričvršćenim na posebnim tronozima. Žica na jednom i drugom kraju završava pločicama na kojima je urezana milimetarska podjela. Čitanja se obavljaju pomoću indeksa na glavi tronoga. Ovaj pribor za mjerenje naziva se još Jäderinov pribor.



Sl. 59.

Pomoćni pribor sastavni je dio geodetskog pribora za mjerenja dužina a u glavnom služi za vertikaliziranje i horizontiranje.

Trasirka ili značka služi za označivanje krajnjih točaka mjerene dužine na terenu (detaljno je opisana kod signalizacije).

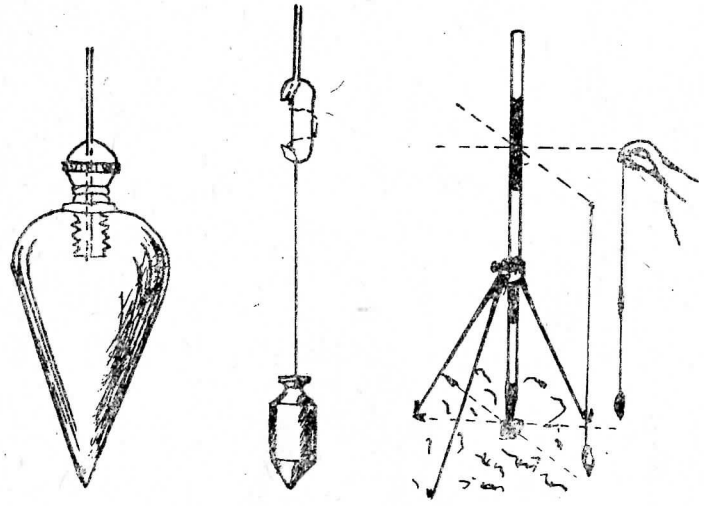


Sl. 60.

Prije mjerenja trasirke se postave na krajnje točke A i B pa je time utvrđen pravac (smjer) mjerenja na terenu. Ako je dužina koju treba izmjeriti duga (na pr. preko 200 m) onda je uputno iskolčiti više međutočaka da bi smjer mjerenja bio što točnije određen.

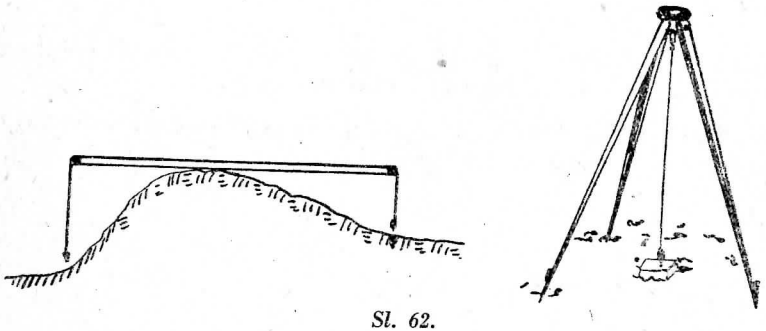
Kod mjerenja kraćih dužina gdje su krajnje točke vidljive, trasirke se uopće ne upotrebljavaju na pr. kod mjerenja frontova, parcela ili gradilišta u gradovima ili gušćim naseljima.

Visak je uteg težak 100—400 gr. konusnog ili valjkastog oblika od željeza, nikla ili mjedi. Glavica viska može se odvinuti i kroz rupicu provući tanka špaga kojoj se na kraju zaveže čvor a nakon toga glavica se ponovno zavrti u konus. Kad je visak obješen i špaga se umiri onda on određuje smjer vertikale. Visak se upotrebljava u geodeziji za postavljanje trasirke u vertikalni položaj kako je prikazano na sl. 61.



Sl. 61.

Vertikaliziranje obavlja se iz dva smjera koji zatvaraju kut od 90° a vizira se prostim okom preko umirene špage viska na trasirku.

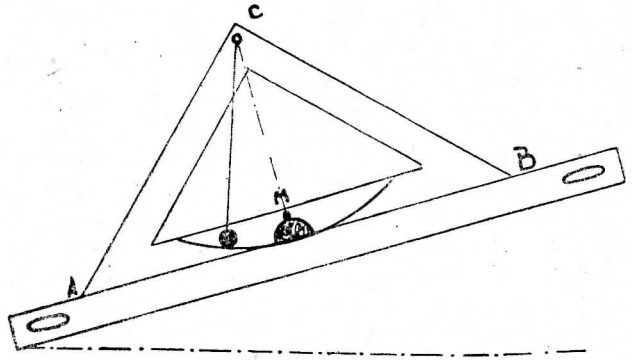


Sl. 62.

Visak se još primjenjuje kod proiciranja neke visinske točke na teren na pr. kod mjerenja dužina stepenasto gdje kraj ili početak letve ili lanac treba proicirat na centar odnosno teren, kao i kod proiciranja terenske točke na centar limbusnog kruga teodolita.

Razalni trokut služi za postavljanje letve u horizontalan (vodoravan) položaj. To je običan istokračan trokut ABC u čijem je vrhu C obješen mali visak. U polovici osnovice trokuta AB nalazi se marka M. Trokut se stavlja

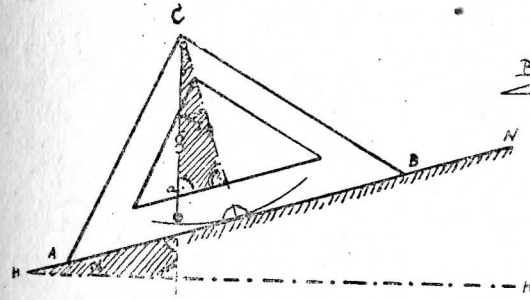
na podlogu koja se želi horizontirati na pr. na mjeraču letvu koju dižemo ili spuštamo tako dugo dok nit obješenog viska pokriva M, tada je i podloga odnosno letva horizontalna.



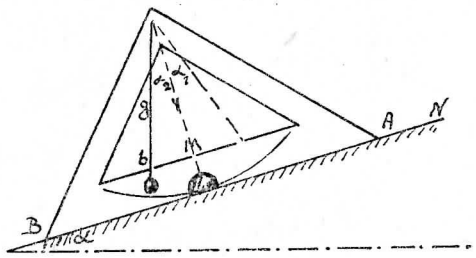
Sl. 63.

Za ispravno horizontiranje sa razalnim trokutom od velike je važnosti da marka M leži na okomici spuštenoj iz točke C na osnovicu AB. Taj uslov ispituje se reverzijom.

Postavimo razalni trokut na neku kosu i čvrstu podlogu N (sl. 64 a) pa kada se visak umiri označimo crticom mjesto »a« preko kojeg nit prolazi. Kut kod C »α_1« bit će jednak nagibu podloge »α« jer je visina trokuta »V« okomita na osnovicu AB a nit viska »g« vertikalna (okomita) na horizontalu H—H.



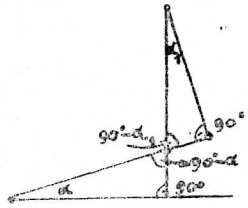
Sl. 64 a
I. položaj - Pogled s prednje strane podloge N



Sl. 64 b
II. položaj - Pogled sa stražnje strane podloge N

Šrafirani trokuti su prema tome slični trokuti u kojima su i kutovi međusobno jednaki t. j.

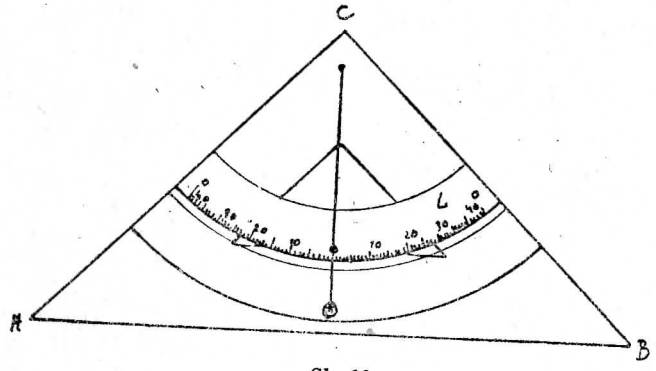
$$\alpha = \alpha_1 \quad \ldots\ldots \quad 1.)$$
$$90^0 = 90^0$$
$$90 - \alpha = 90 - \alpha_1$$



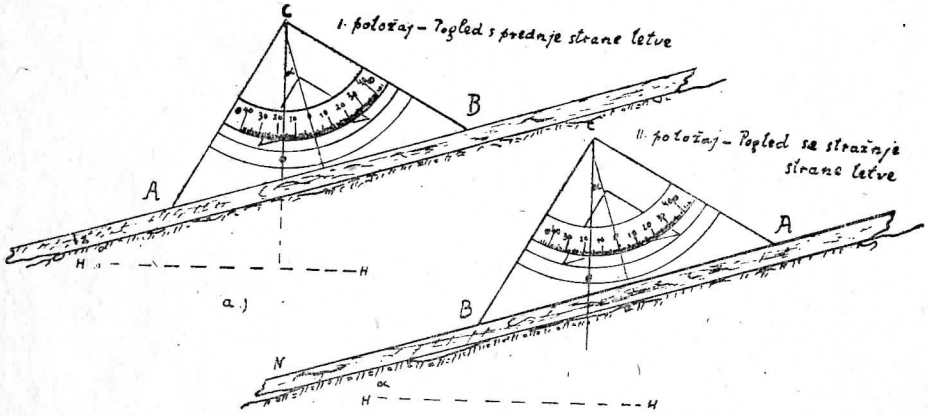
Sl. 65.

Ako sada okrenemo trokut tako, da na mjesto gdje je bila točka trokuta A dođe B, to po prijašnjem zaključku kad se visak umiri mora biti $\alpha = \alpha_2$ (sl. 64 b). Označit ćemo ponovno crticom mjesto »b« kojim prolazi nit viska onda iz jedn. 1.) i 2.) slijedi, da je $\alpha_1 = \alpha_2$ t. j. točno na raspolovnici kuta kod C odnosno stranice a—b mora ležati marka M. Prema tome ako marka M ne leži točno na ovoj raspolovnici to ćemo je izbrisati i novu marku označiti točno na polovini razmaka između crtica a i b.

Klinomjer (klinometar) konstruiran je na predpostavci prethodnog tumačenja kod razalnog trokuta, da je kut kod C = α nagibu podloge. Na kružnom luku L nanešena je podjela u stupnjevima ili procentima a može biti kombinacija jedne i druge podjele. Nul-podjela nalazi se točno na okomici spuštenoj iz vrha na osnovicu AB i teče lijevo i desno u polukrugu. Sprava služi za mjerenje nagiba neke podloge a u geodeziji specijalno nagiba terena. Klinomjer postavimo na letvu koja je položena koso po terenu i očitamo kut koji mora biti jednak nagibu terena α. Ako nismo sigurni, da je klinomjer ispravan treba kut čitati u obadva položaja (t. j. učiniti reverziju) i uzeti aritmetičku sredinu od obadva čitanja. Kut $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ bit će siguran i ispravan nagib prema horizontali H—H.



Sl. 66.



Sl. 67.

Na pr. I. položaj $\alpha_1 = 17^0\,30'$

II. „ $\alpha_2 = 17^0\,00'$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 17^0\,15'$$

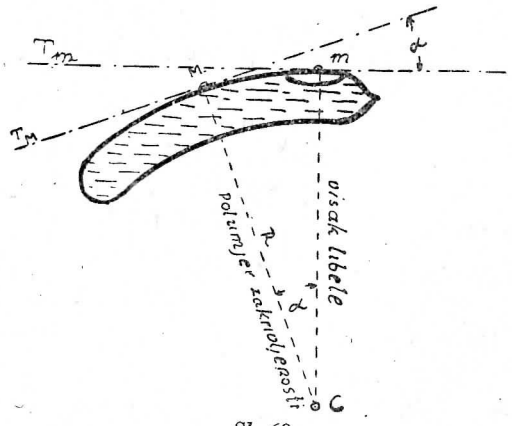
Libela je u geodetskoj praksi jedan od najvažnijih pomoćnih pribora koja služi za horizontiranje, vertikaliziranje i mjerenje malih nagiba (kutova). Libela je staklena cijev, brušena u krugu a puni se eterom ili alkoholom. Kada je cijev puna grije se do temperature vrijenja, a kada se ohladi volumen se tekućine smanji i od njezinih para nastaje mali mjehur koji djeluje kao negativni visak i teži, da u cijevi zauzme najviše mjesto.

Na libeli razlikujemo tri karakteristične točke i četiri karakteristične linije.

Točke: 1.) M — marka libele koja je na cijevi označena tankom crticom,
2.) m — središte mjehura,
3.) C — centar zakrivljenosti staklene plohe.

Linije: 1.) T — glavna tangenta na marki libele, M ili kako se još naziva osovina libele,
2.) T_m — tangenta na mjehur libele m,
3.) R — radius zakrivljenosti,
4.) mC — visak libele koji spaja središte zakrivljenosti C i središte mjehura »m« a zauzima uvijek vertikalan položaj.

Kada libelu lagano pomičemo gore dolje t. j. u vertikalnom smislu, mjehur kao negativni visak zauzima u cijevi najviše mjesto. U onome času kada se sredina mjehura »m« nalazi u marki libele M, kažemo, da libela **vrhuni**. Tada se i glavna tangenta T_M poklapa sa tangentom mjehura T_m a radius zakrivljenosti »R« sa viskom libele mC. Glavna tangenta T_M ili kako se još naziva **osovina libele**, tada je u prostoru **horizontalna** a radius zakrivljenosti R **vertikalan**. U takovom položaju libela služi za horizontiranje odnosno vertikaliziranje neke ravnine ili osovine. Da se prigodom baratanja cijev ne ošteti ili razlupa, obložena je metalom ili drvom.



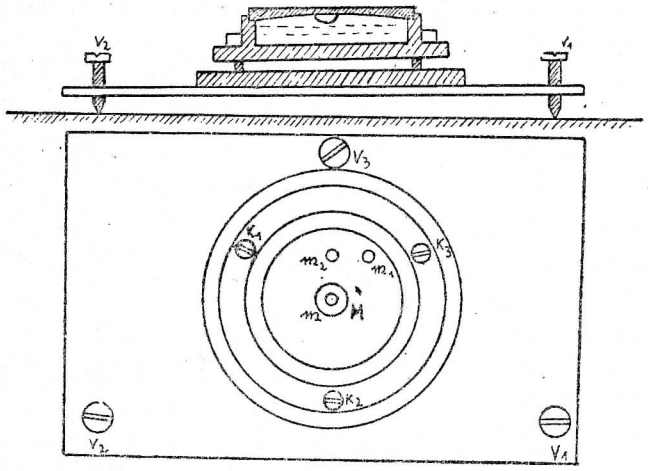
Sl. 68.

Po **obliku** razlikujemo:

1. Cijevne libele,
2. Dozne ili centrične libele.

Cijevna libela prikazana je na sl. 68 dok dozna libela ima oblik kugline kalote gdje marka M nije označena crticom nego kružićem. Kada mjehur »m« dođe u centar kružića M kažemo, da libela vrhuni t. j. tangencijalna ravnina u marki M je horizontalna.

Dozne libele kao i cijevne stavljaju se u metalnu oblogu (kutiju) da se nebi oštetile. Ako je dozna libela slobodno stojeća onda se horizontira najprije podnožnim vijcima V_1 i V_2 dok mjehur m_1 ne zauzme položaj m_2 a zatim se vijkom V_3 utjera u kružić (marku) M. Dozna libela primjenjuje se u glavnom kod vertikaliziranja na pr. postavljanja letve ili trasirke u vertikalan položaj, dok kod horizontiranja služi samo približno. Rektifikacija obavlja se korekcionim vijcima k_1 k_2 i k_3.

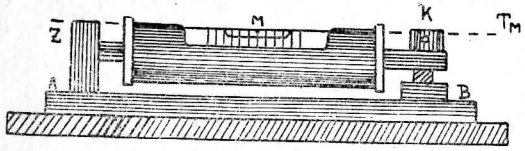


Sl. 69.

Cijevne libele po načinu obloge (kutije) kao i prema svrsi kojoj služi razlikujemo:

1. Slobodne libele,
2. Jahaće libele,
3. Viseće libele,
4. Reverzione libele,
5. Alhidadne libele.

1. *Slobodna libela* obložena je metalnom oblogom a pomoću korekcionog vijka »k« i zgloba »Z« spojena sa podložnom pločom AB.

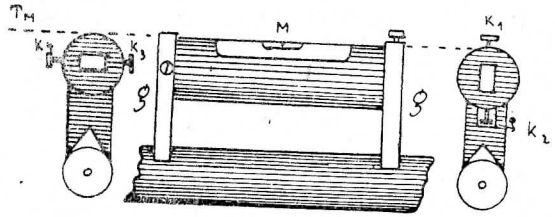


Sl. 70.

Ovaj korekcioni vijak služi za rektifikaciju t. j. ispravljanje libele. Kada se korekcioni vijak uvija i odvija, libela se pomoću zgloba Z može pomicati u vertikalnom smislu gore-dolje.

Ovakova libela služi za horizontiranje mjeraće letve i geodetskih stolova što znači, da letvu ili stol treba dizati i spuštati tako dugo, dok libela ne vrhuni t. j. dok sredina mjehura m ne poklapa marku M.

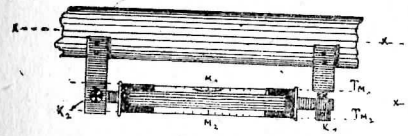
2. *Jahaća libela* kao i slobodna pokretna je i obložena je metalnom kutijom valjkastog oblika a pomoću dva kraka g—g jednake dužine stavlja se na okretnu os durbina ili na sam durbin teodolita. Prema tome kada libela vrhuni onda je okretna (ili optička) os durbina horizontalna. Ako libela nije ispravna onda za rektifikaciju služe vijci k_1 k_2 k_3 i k_4.



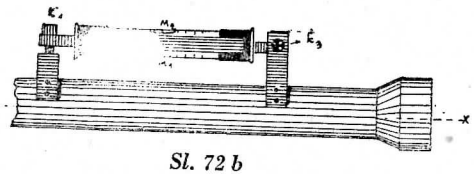
Sl. 71.

3. *Viseće libele.* Potpuno su slične jahaćim samo što ne jašu nego vise na osovini koju treba horizontirati.

4. *Reverzione libele* su čvrsto spojene za osovinu koju treba horizontirati. Staklena cijev brušena je na obadvije suprotne strane te imade dvije marke M_1 i M_2 radi toga je cijev na obadvije strane otvorena da bi se marke vidjele. Kada je libela ispod ili sa strane durbina a osovina x—x horizontalna, onda se mjehur nalazi u marki M_1 a kad durbin oko osi x—x okrenemo za 180° (sl. 72 b) onda mjehur odleti u marku M_2. Za rektifikaciju služi vijak k_1 odnosno k_2 i k_3.



Sl. 72 a



Sl. 72 b

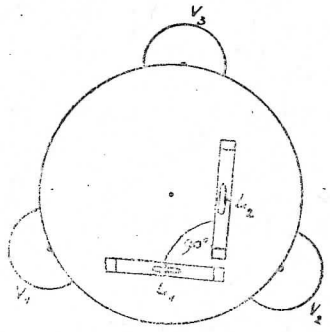
Ova libela mora zadovoljiti slijedeće uvjete:

a) da su obadvije glavne tangente (osovine) T_{M1} i T_{M2} međusobom usporedne.

b) da su obadvije tangente paralelne sa osovinom (x—x) durbina uz koji je libela pričvršćena.

Prvi uvjet mora biti ispunjen u tvornici gdje se libela izrađuje, dok se drugi uvjet ispravlja korekcionim vijkom k_1.

5. *Alhidadne libele* su one koje su pričvršćene za alhidadnu ravninu (krug) teodolita te služe za horizontiranje ove ravnine. Obično dolaze u kombinaciju dvije libele koje su slične slobodnim libelama, a smještene su tako, da međusobno za-



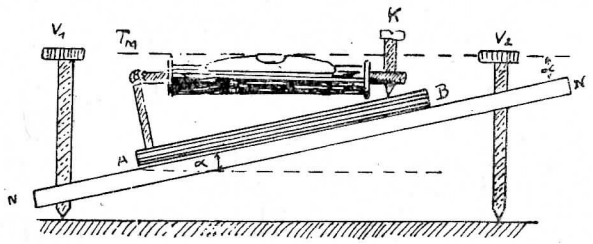
Sl. 73.

tvaraju kut od 90°. Ravnina (krug) horizontira se tako, da se jedna od libela smjesti u smjer dvaju podnožnih vijaka V_1 i V_2 dok druga ide u smjeru prema vijku V_3.

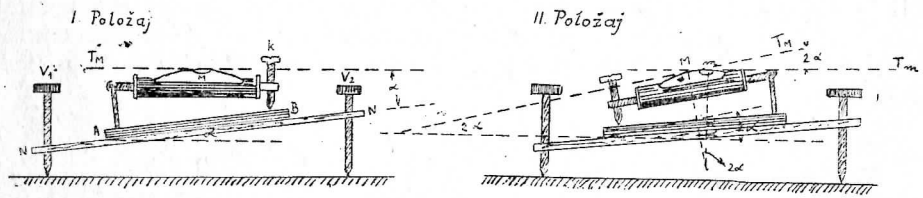
Libela L_1 se horizontira sa vijcima V_1 i V_2 a L_2 sa trećim vijkom V_3. Ako libele nisu ispravne, onda se one ispravljaju sa posebnim korekcionim vijcima kao i slobodna libela.

Ispitivanje i rektifikacija (ispravljanje) libele

Glavni uvjet za ispravnost libele jest, da glavna tangenta T_M u marki libele M bude paralelna sa svojom podlogom AB.



Sl. 74.



Sl. 75 a *Sl. 75 b*

Ako ovaj uvjet nije ispunjen, onda libela nije ispravna. Zamislimo, da smo slobodnu libelu stavili na neku ravninu NN koja ima fine vijke V_1 i V_2 za dizanje i spuštanje te istim dotjeramo libelu da vrhuni. U tom času glavna tangenta (osovina libele) T_M je horizontalna ali nije paralelna sa svojom podlogom AB (slika 74) to znači, da ravnina NN koju smo htjeli horizontirati nije horizontalna nego sa horizontalom zatvara neki kut α. Paralelnost glavne tangente T_M sa podlogom AB teško je okom primjetiti zato se ispravnost svake libele ispituje r e v e r z i j o m t. j. libela se stavlja na pomičnu ravninu NN i vijcima V_1 i V_2 dotjera da vrhuni (sl. 75 a I. položaj). Sada libelu izvadimo iz ležaja i učinimo reverziju (okrenemo je za 180°) i stavimo opet na ravninu NN (slika 75 b). Tamo gdje je bio položaj podloge A doći će B i obrnuto. Ako libela u ovom drugom položaju vrhuni, onda je ona ispravna u protivnom tangenta T_m zatvara sa prijašnjom T kut 2α koji je jednak dvostrukom nagibu podloge libele prema horizontali. U takvom slučaju kažemo da libela ne vrhuni i ona nije ispravna što se očituje na otklonu libelinog mjehura. Put koji prevali libelin mjehur od M do m jednak je također 2α.

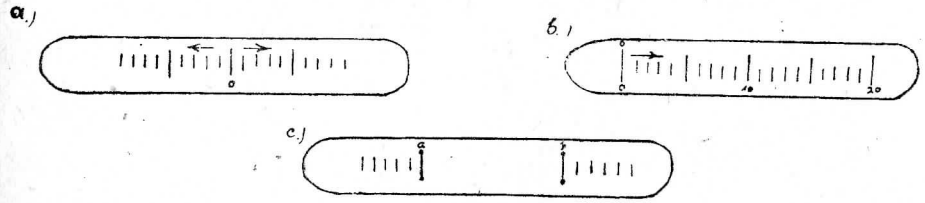
Sada se pristupa rektifikaciji t. j. ispravljanju libele na slijedeći način:

1. Sa korekcionim vijkom k ispravimo otklon mjehura samo za polovicu t. j. kut α i time je glavna tangenta T_M paralelna sa podlogom AB. Sada je libela ispravna.

2. Da bude ravnina koju želimo horizontirati doista horizontalna sa vijcima V_1 i V_2 ispravimo drugu polovicu otklona libelinog mjehura (t. j. opet za kut α) laganim spuštanjem ravnine tako dugo dok libela ne vrhuni. U tom času bit će glavna tangenta T_M horizontalna t. j. ravnina koju smo htjeli horizontirati također je horizontalna.

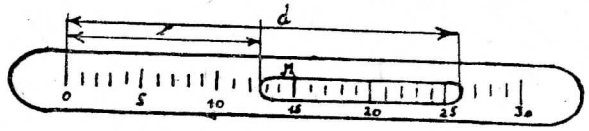
Ispitivanje i rektifikacija svih drugih libela koje su prethodno navedene, obavlja se na isti način t. j. reverzijom. U takovom slučaju za ispitivanje ne služi ravnina nego osovina za koju je libela pričvršćena ili na nju postavljena.

Podjele na libelama. Libele na svojoj površini redovito imadu urezanu skalu crtica koje služe da se može što točnije odrediti sredina mjehura »m«. Ovu skalu naročito moraju imati osjetljive libele. Pomoću ovakove skale dade se još izmjeriti blagi nagib neke ravnine na koju se libela stavlja. Podjele na libeli mogu biti urezane tako, da je nul-podjela u sredini t. j. u marki M a da teku lijevo i desno (sl. 76 a) ili da teku kontinuirano od lijeva na desno (slika 76 b). U ovom slučaju marka M nalazi se na podjeli 10. Podjele mogu biti još konstruirane kako prikazuje sl. 76 c. U ovom slučaju marku M definiraju crtice a i b koje tangiraju ili sijeku mjehur u jednakim razmacima kad libela vrhuni.



Sl. 76.

Razmak između dvije crtice nazivamo »pars«. Libele se izrađuju tako, da im je vrijednost jednog parsa obično 2 mm. Sredina mjehura »m« dobije se aritmetskom sredinom čitanja na obadva kraja mjehura na pr. prema sl. 77.



Sl. 77.

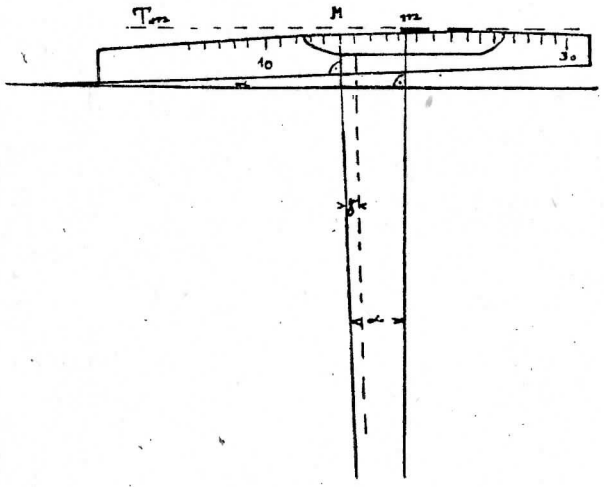
$$l = 12{,}4 \text{ parsa}$$
$$d = 26{,}0 \text{ „}$$
$$m = \frac{l + d}{2} = \frac{12{,}4 + 26{,}0}{2} = 19{,}2$$

Otklon je $m - M = 19{,}2 - 15{,}0 = 4{,}2$ parsa.

Prema tome, ako je libela ispravna (rektificirana) i kada ju stavimo na neku blago nagnutu ravninu, to otklon mjehura m od na pr. 4,2 parsa predstavlja kut α što ga zatvara ta ravnina sa horizontalom.

Ovaj kut α možemo izračunati na taj način ako znamo kutnu vrijednost »γ« jednoga parsa.

Kutna vrijednost ispituje se pomoću sprave libelinog ispitivača t. zv. egzaminatora (sl. 79). To je metalna ploča u obliku slova T koja se pomoću mikrometrijskog vijka V zajedno sa krugom K može dizati i spuštati. Krug K ima na svom rubu podjele te pomoću indeksa I čitamo za koliko smo libelu dignuli odnosno spustili. Ploča na svom duljem kraku »l« ima dva nosača »G« na koje se stavlja libela koju ispitujemo.



Sl. 78.

Vrijednost punog kruga izražena u minutama i sekundama t. j. jednog okreta kruga dobije se iz dužine kraka »l« i visine »h« hoda vijka $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ pa budući je α vrlo mali kut možemo pisati prirodnu vrijednost pomnoženu sa radijantom t. j. $\alpha'' = \frac{h}{l} \varrho''$ (vidi pretvaranje lučne mjere u kutnu).

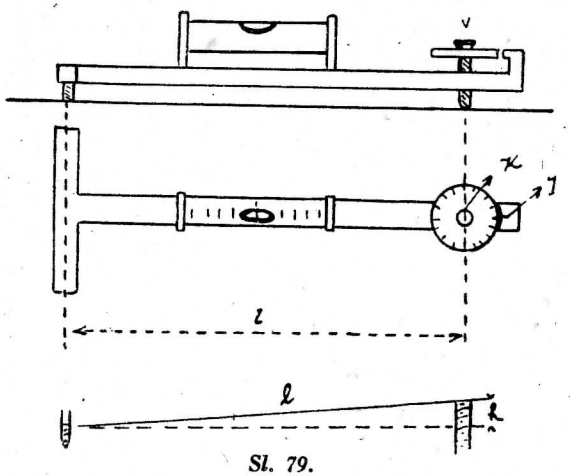
Na pr. $h = 0{,}55$ mm, $l = 472$ mm $\Big\}$ $\alpha'' = \frac{h}{l} \cdot \varrho'' = \frac{0{,}55}{472} \cdot 206265''$

$\alpha'' = 240'' = 4'$

to znači, da je za puni okret kruga K nagib ploče »l« egzaminatora 4'. Ako krug razdijelimo na 240 dijelova, dobili smo vrijednost jedne najmanje podjele na krugu 1" odnosno kut nagiba od 1". Obično se za vrijednost h i l uzimaju takove veličine, da puni okret kruga iznaša okrugao broj 2' ili 4'.

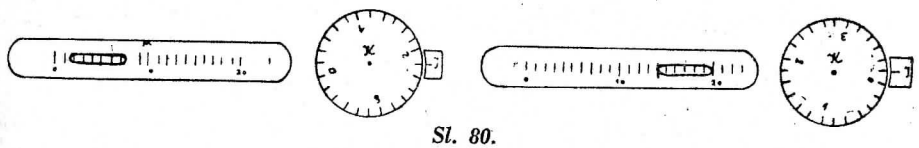
Sada prelazimo na računanje kutne vrijednosti jednoga parsa. To se ispituje na slijedeći način:

Vijkom »V« dotjera se mjehur libele u lijevi kraj i pročita sredina mjehura m_1, a na krugu »K« indkes I_1. Zatim okrećemo vijkom »V« i dotjeramo libelu u desni kraj i opet čitamo m_2 i indeks I_2. (Sl. 80).



Sl. 79.

Ako se ploča egzaminatora za 12,2 parsa pomakla za kut od 100" onda je kutna vrijednost jednog parsa $\gamma = \frac{100}{12{,}2} = 8{,}2''$.



Sl. 80.

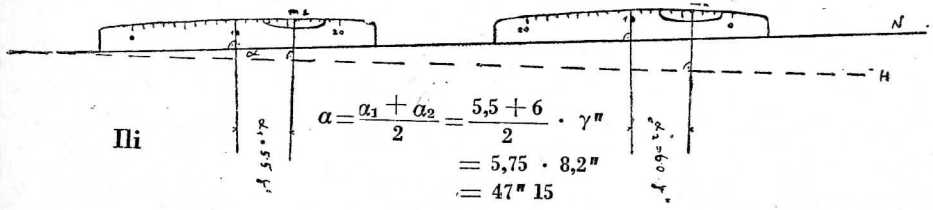
Pogledajmo sada sl. 78 gdje je otklon libelinog mjehura bio 4,2 parsa. U ovom slučaju vidimo da je kut nagiba $\alpha = 4{,}2 \cdot 8{,}2 = 34{,}4''$.

Za svaku sigurnost nagib neke ravnine računa se u dva reverzna položaja libele, pa u tom slučaju dobijemo dvostruki kut nagiba. Ovaj se postupak obavlja onda, kada nismo sigurni da je libela rektificirana (ispravna).

Na pr. $2\alpha = (m_1 - m_2)\ \gamma''$

$= (15{,}5 - 4) \cdot \gamma'' = 11{,}5 \cdot 8{,}2'' = 94{,}30$

$\alpha = 47{,}''15$



Ili $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{5{,}5 + 6}{2} \cdot \gamma''$

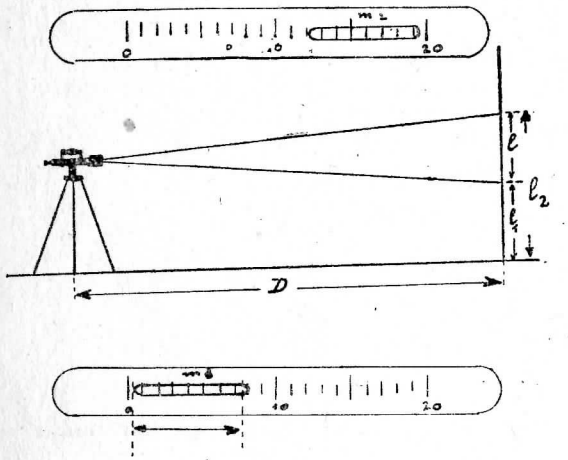
$= 5{,}75 \cdot 8{,}2''$

$= 47'' 15$

Sl. 81.

Određivanje kutne vrijednosti parsa pomoću durbina i letve

Kod libela koje su čvrsto spojene sa nekom osovinom na pr. uz durbin nivelacionog instrumenta ili teodolita, kutna vrijednost jednog parsa određuje se drugom metodom, jer se libela neda skinuti i postaviti na egzaminator, a osim toga bio bi to gubitak vremena. U izvjesnoj udaljenosti od instrumenta postavlja se vertikalno letva a nakon toga elevacionim vijkom za pomicanje durbina dotjeramo mjehur u lijevi kraj libele i čitamo m_1, a na letvi l_1. Zatim vijkom dotjeramo mjehur u desni kraj libele i čitamo m_2, a na letvi l_2. Od instrumenta do letve izmjerimo dužinu D.



Sl. 82.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{l/2}{D}=\frac{l}{2D};\quad l=l_2-l_1$$

$$\frac{\alpha''}{2}=\frac{l}{2D}\cdot\varrho''$$

$$\alpha''=\frac{l}{D}\cdot\varrho''$$

Dakle kutu α'' odgovara broj parsova $m_2-m_1=n$, a kutna vrijednost jednog parsa bit će

$$\gamma''=\frac{\alpha''}{m_2-m_1}=\frac{\alpha''}{n}=\frac{\frac{l\cdot\varrho''}{D}}{n}=\frac{l}{n\cdot D}\cdot\varrho''\ .\ .\ .\ .\ .\ 1.)$$

Primjer:

$D = 18{,}00\ n$

$$m_1=\frac{1{,}4+7{,}6}{2}=4{,}5;\quad l_1=1{,}452$$

$$m_2=\frac{12{,}2+19{,}4}{2}=15{,}8;\quad l_2=1{,}482$$

$n=m_2-m_1=15{,}8-4{,}5=11{,}3;\quad l=l_2-l_1=0{,}030$

Kutna vrijednost $\gamma''=\frac{l}{n\cdot D}\cdot\varrho=\frac{0{,}030}{11{,}3\cdot 18}\cdot 206\,265''=30'',4$

Dimenzije libele. Pod dimenzijama libele možemo smatrati:

1. Dužinu »s« jednog parsa,
2. Kutnu vrijednost »γ« jednog parsa,
3. Radius »R« libeline zakrivljenosti.

Ove tri dimenzije stoje u međusobnom odnosu

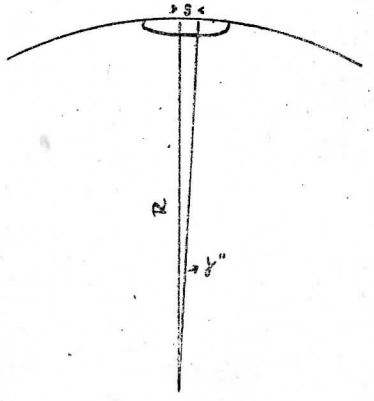
$$s=R\cdot\widehat{\gamma}=R\cdot\frac{\gamma''}{\varrho''}$$

Dužina »s« jednog parsa obično je 2 mm. Kutna vrijednost određuje se na poznati način pomoću egzaminatora ili letve za niveliranje.

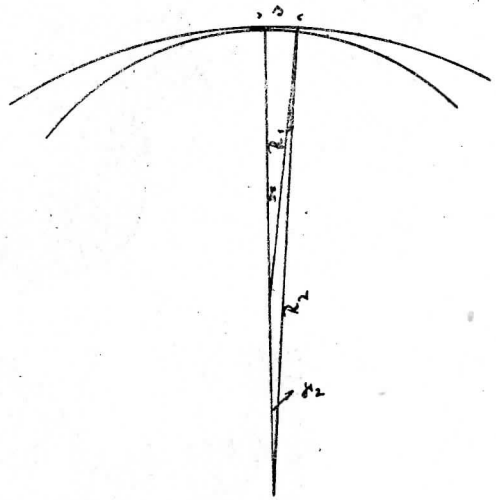
Ako je »s« i »γ« poznato onda radius zakrivljenost »R« možemo lako izračunati po formuli

$$R=\frac{s\cdot\varrho''}{\gamma''}$$

Osjetljivost libele. Pod osjetljivošću razumijeva se brzi otklon mjehura za mali nagib libele što je ovisno o kutnoj vrijednosti γ jednog parsa i o polumjeru zakrivljenosti R. Što je γ manji to je radius zakrivljenosti veći i obrnuto što se vidi iz sl. 84.



Sl. 83.



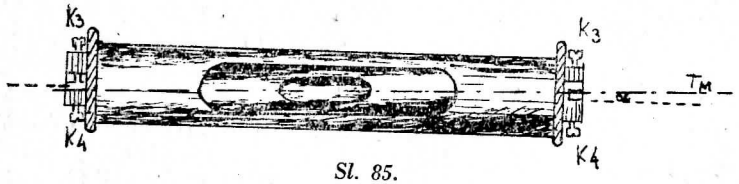
Sl. 84.

Prema tome što je kutna vrijednost γ manja a radius R veći, libela je osjetljivija. Zato se osjetljivost i mjeri kutnom vrijednosti γ koja kod različitih libela već prema svrsi za koju služi ima različite vrijednosti.

Na pr. kod nivelacionih libela za precizni nivelman 5" — 10"
„ teodolita . . . . . 10" — 20"
„ malih nivelacionih instrumenata . . 30" — 40"
„ libela na padomjerima ili ravnjačama . 2' — 5'.

Križanje mjehura. Kod libela potrebno je još spomenuti t. zv. križanje mjehura koje nastaje ako staklena cijev u oblozi nije ispravno smještena t. j.

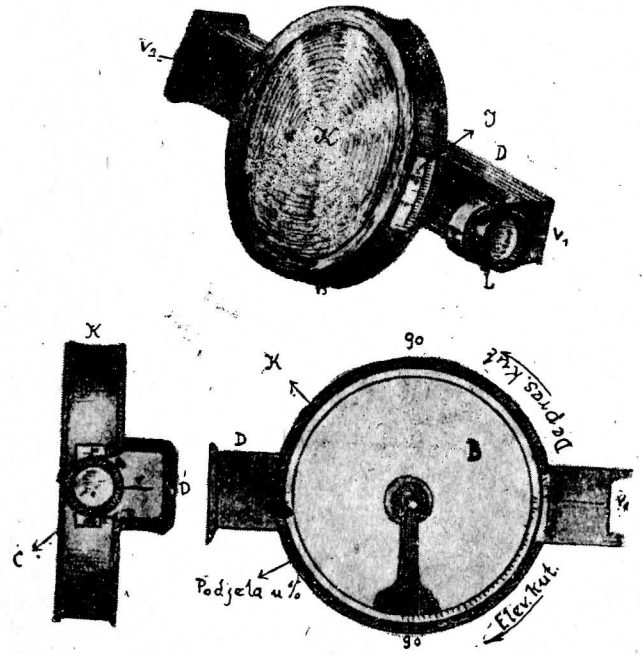
glavna tangenta T_M mimosmjerna je sa osovinom obložne cijevi te ne leži s njom u istoj vertikalnoj ravnini nego zatvara neki kut α. Križanje se ispravlja korekcionim vijcima k_3 k_4 tako dugo dok se ne postigne da glavna tangenta T_M i osovina obložne cijevi dođu u istu vertikalnu ravninu.



Sl. 85.

PADOMJERI

Padomjeri su sprave za mjerenje nagiba terena. Ima raznih konstrukcija od kojih se u praksi kao najpraktičniji upotrebljava Brandisov. Instrument se kod mjerenja drži slobodno u ruci a sastoji se od metalne kutije K u kojoj je za osovinu pričvršćen pokretan bubanj B sa podjeljenjem u stupnje-



Sl. 86.

vima ili postotcima. Osim toga uz bubanj povezan je čvrsto viseći uteg »u« koji nakon pokreta kutije K umiri bubanj i stavlja se u vertikalan položaj tako, da je nulpodjela bubnja s okretnom osovinom »o« kutije K u horizontali.

Uz kutiju čvrsto je povezan diopter D koji na prednjoj strani okulara ima prorez v_1 a na protivnoj otvorenoj strani objektivu napetu nit v_2. Kada

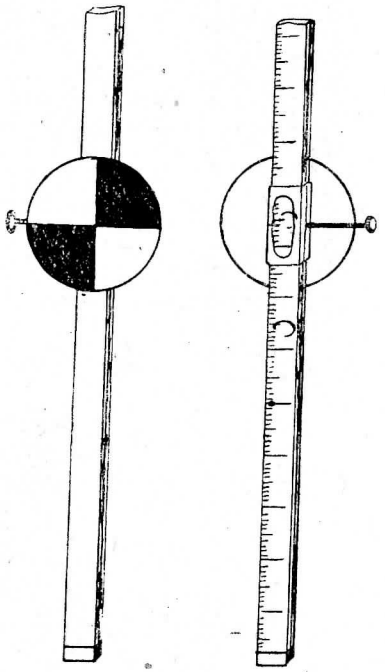
je instrument u horizontalnom položaju, onda prorez v_1, nit v_2 i nul podjeljenja bubnja leže u istoj horizontalnoj ravnini. Uz okular nalazi se lupa »L« koja služi za čitanje podjela na bubnju koji se vidi kroz otvor C kutije K.

Na otvoru odvojeno od pokretnog bubnja čvrsto je uz kutiju spojen indeks I pomoću kojeg se obavlja čitanje. Zarez indeksa leži u istoj ravnini s okularom v_1 i objektivnom niti v_2. Bubanj sa podjelom stavlja se u pokretnost pritiskom na pero P.

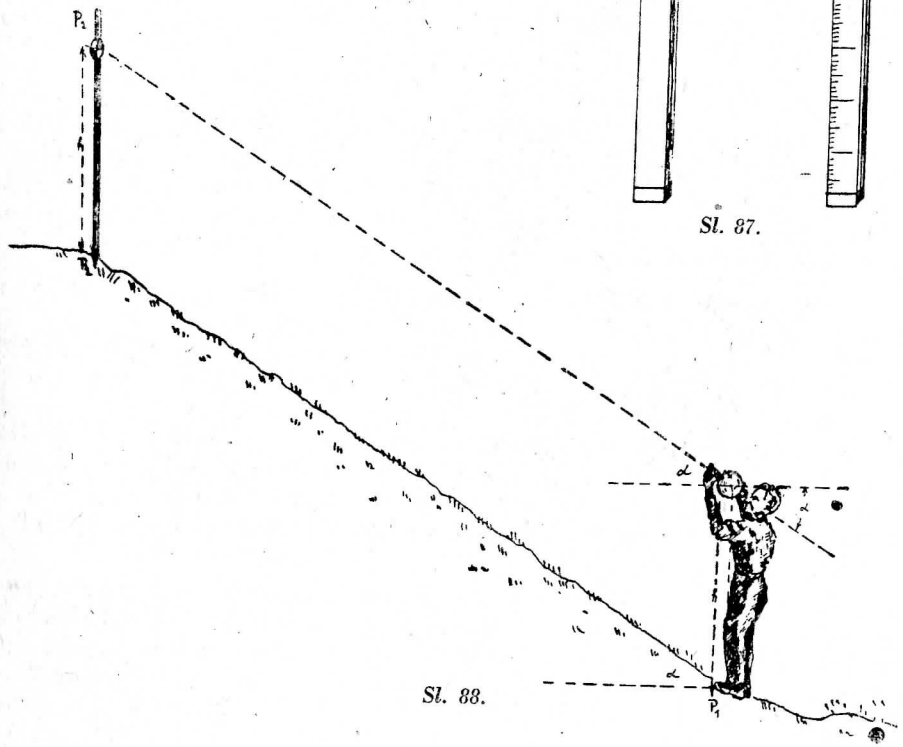
Uz padomjer kao pomoćni pribor služi posebna letva sa signalnom pločicom na koju se vizira. Letva ima centimetarsku podjelu da bi se signalna pločica mogla staviti na potrebnu visinu oka opservatora.

Viziranje na pločicu Brandisovim padomjerom čita se odmah na bubnju elevacioni odnosni depresioni kut nagiba terena.

Ako padomjer okrenemo za 180° tako da vizirni diopter D dođe na lijevu stranu kutije onda se nagib terena čita u postotku. Slika 88 prikazuje mjerenje nagiba terena Brandisovim padomjerom.



Sl. 87.



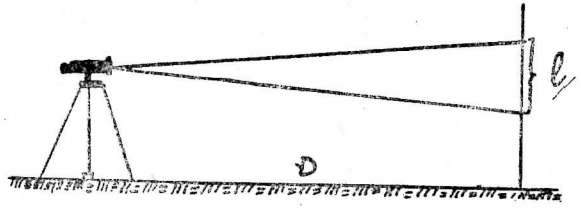
Sl. 88.

MJERENJE DUŽINA

Mjerenje dužina vrlo je važno u geodetskim radovima. O točnosti mjerenja kao i savjesti onoga koji mjeri ovisi kasnije uredski rad kod sastava nacrta. Pravac na terenu kojega treba mjeriti označuje se na krajnjim točkama sa signalima t. j. trasirkama. Ako je dužina koja se mjeri predugačka onda treba iskolčiti više međutočaka. Ovako označeni pravac može se mjeriti na dva načina:

1. D i r e k t n o t. j. kad jedinicu za mjerenje dužina stavljamo jednu uz drugu od jedne krajnje točke do druge.

2. I n d i r e k t n o mjerenje upotrebljavamo onda, kada se uslijed raznih zapreka dužina direktno ne može izmjeriti. U takovom slučaju indirektno mjerena dužina stoji u matematskom odnosu sa nekom drugom direktnom mjerenom dužinom.



Sl. 89.

Osim toga dužina se indirektno može mjeriti i o p t i č k i t. zv. daljinomjerom na taj način, da se na jednu krajnju točku postavlja daljinomjer a na drugu letva sa centimetarskom podjelom. Iz otsječka na letvi »l« i neke konstante K koja je za svaki daljinomjer zadana možemo odmah pri horizontalnom ciljanju odrediti dužinu D = K · l.

Ovaj K je obično okrugli broj (K = 100). Ako je na pr. l = 1,156 m onda je dužina D = K · l

= 100 · 1,156

= 115,60 m.

Na spomenuta dva načina neposredno i posredno dužina se mjeri sa spravama za mjerenje t. j. letvom, letvama za profiliranje, čeličnom vrpcom (lancem) i žicom. U praksi se najviše upotrebljava čelična vrpca i letve za profiliranje dok se žica upotrebljava za vrlo točno mjerenje (mjerenje bazisa kod triangulacije).

Kod mjerenja dužina moramo razlikovati mjerenje n a r a v n o m i k o s o m t e r e n u. Mjerenje na ravnom terenu obavlja se horizontalno, dok se na kosom terenu dužina mjeri stepenasto ili koso po samom terenu ali u ovom slučaju moramo poznavati nagib terena, da mjerenu dužinu možemo reducirati na horizont.

DIREKTNO MJERENJE

Mjerenje letvom na ravnom terenu obavlja se na taj način, da se krajnje točke prije mjerenja signaliziraju trasirkama a kod veće dužine treba umetnuti dovoljan broj međutočaka kako bi se letve lakše postavljale u pravac. U pravcu mjerenja može se napeti i konopac. Na horizontalnom terenu dužina AB mjeri se tako, da najprije položimo prvu letvu da bude u pravcu A—B a njezin početak u toč. A. Zatim se smjesti druga letva u pravac a njezin početak polagano primakne prvoj letvi. Nakon toga podigne se prva letva i smjesti u produženju druge i t. d. Ovakovo mjerenje obavljaju dva figuranta svaki sa svojom letvom (crno bijelom i crveno bijelom). Mjeri se do kraja dužine gdje se očita eventualni ostatak R. Tehničar koji mjeri dužinu bilježi crticama manual koliko je puta pojedina letva položena odnosno podignuta sa zemlje.

Sl. 90.

Ukupna duljina jednaka je D = n · l + R gdje je

n = broj punih letava

l = duljina letve

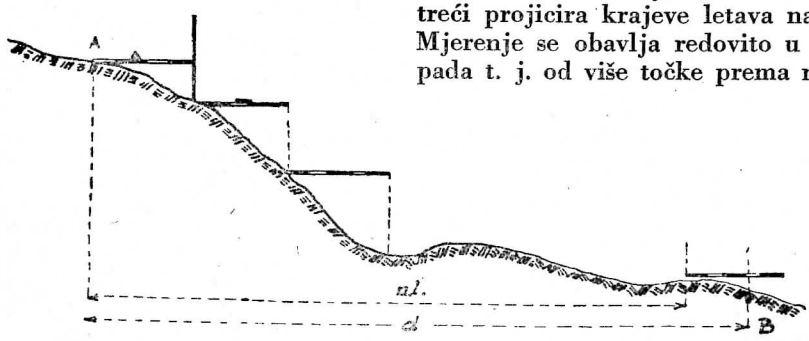
R = ostatak na zadnjoj letvi.

Sl. 91.

Mjerenje letvom na nagnutom terenu. Na nagnutom terenu dužinu možemo mjeriti na dva načina:

1. Stepenasto t. j. u stepenicama
2. Koso po terenu.

Stepenasto mjerenje. Kod mjerenja letva se drži horizontalno uz pomoć libele, razalnog trokuta ili viska. Svršetak letve projicira se viskom na teren gdje se smješta početak slijedeće letve. Kod zadnje letve visak se stavi nad toč. B pa se na letvi očita ostatak R. Dva radnika moraju držati letvu dok treći projicira krajeve letava na teren. Mjerenje se obavlja redovito u smjeru pada t. j. od više točke prema nižoj.



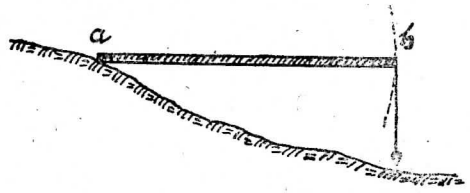
Sl. 92.

Letva se može horizontirati i pomoću viska, kako prikazuje sl. 93. Svršetak letve b malko se diže i spušta tako dugo dok visak ne bude najviše udaljen od početka letve a. U taj čas letva je horizontalna.

P r i m j e r : U dužini A—B (sl. 90) izbrojeno je n = 26 punih letava. Letve su po 5 m dugačke. Ostatak R = 1,62 m.

Dužina D = A — B = n · l + R = 26.5 + 1,62 = 131,62 m.

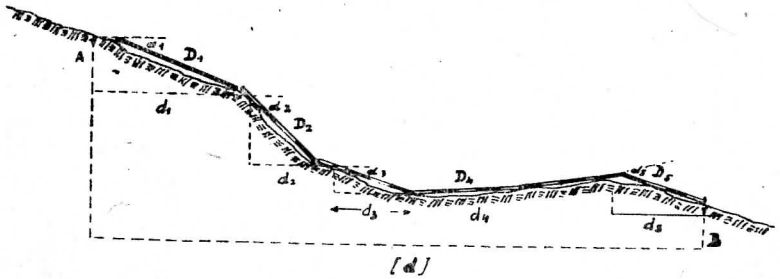
Svaku letvu I. i II. treba bilježiti crticama u manual okomito i to četiri uzastopce dok se peta prekriži horizontalno kako je u zapisniku označeno.



Sl. 93.

Duljina		Mjerenja	Cijele letve		Ostatak R	Ukupno punih letava	Ukupna duljina D	Opaska
od	do		prva	druga				
⊙A	⊙B	1			1.62	26.5,00 = 130,00	131,62	Letve su dugačke I = 5 m. II = 5 m.

Mjerenje koso po terenu. Udaljenost između toč. A i B možemo izmjeriti koso po terenu bez horizontiranja letve. Prelome na terenu treba označiti kolčićima i mjeriti od jednog preloma do drugog. Letve se stavljaju jedna uz drugu koso po terenu slično kao kod mjerenja na ravnom terenu. U ovakovom slučaju na letvu se stavlja klinomjer kojim se određuje kut nagiba letve odnosno terena, za svaki pojedini prelom.

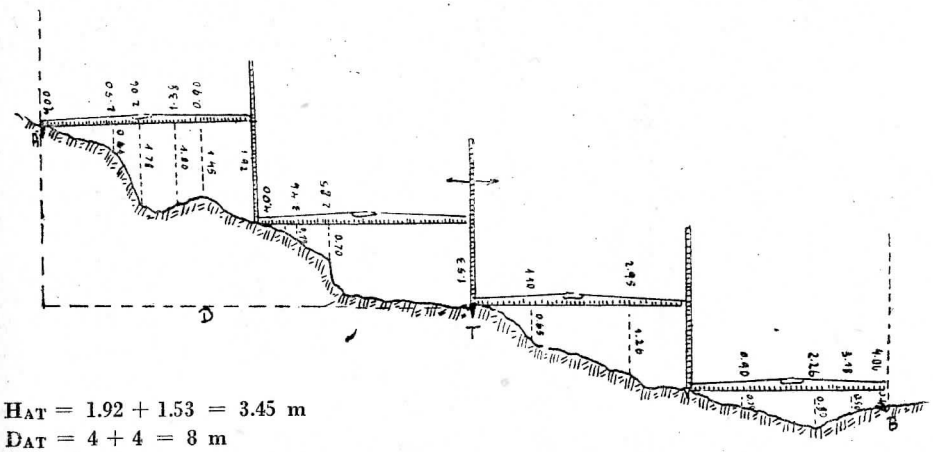


Sl. 94.

Svaka pojedina dužina »d« (od preloma do preloma) t. j. redukcija na horizont izračuna se po formuli d = D cos α t. j. u našem slučaju:

$$d_1 = D_1 \cos \alpha_1$$
$$d_2 = D_2 \cos \alpha_2$$
$$d_3 = D_3 \cos \alpha_3$$
$$d_4 = D_4 \cos \alpha_4$$
$$d_5 = D_5 \cos \alpha_5$$
$$AB = [d] = D_1 \cos \alpha_1 + D_2 \cos \alpha_2 + D_3 \cos \alpha_3 + D_4 \cos \alpha_4 + D_5 \cos \alpha_5.$$

Mjerenje letvama za profiliranje. S ovim letvama mjere se dužine samo na kosom terenu i to kod mjerenja profila prigodom trasiranja cesta, željeznica ili kanala. Uz horizontalne udaljenosti čitaju se odmah i visinske razlike pojedinih točaka. Horizontalne udaljenosti čitaju se na ravnjači koja ima ugrađenu libelu, dok se na podravnjači čitaju visinske razlike. Na taj način dobiva se vjerna slika terena u horizontalnoj i visinskoj projekciji. Svrha je ovakovog snimanja računanje kubature i izjednačenje zemljinih masa.



H_{AT} = 1.92 + 1.53 = 3.45 m
D_{AT} = 4 + 4 = 8 m

Sl. 95.

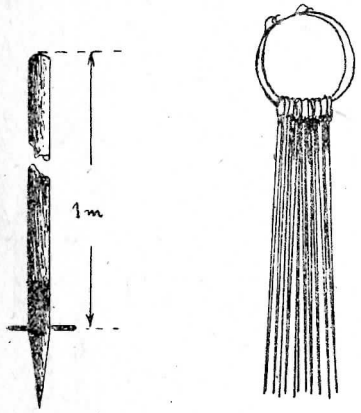
Mjerenje čeličnom vrpcom (lancem). Čelična vrpca ili t. zv. lanac u praksi je najraširenija za mjerenje dužina. Za mjerenje se upotrebljavaju vrpce od 20 ili 50 m dužine. Dužina se može mjeriti na ravnom terenu ili na nagnutom, stepenasto ili koso po terenu.

Mjerenje dužina na ravnom terenu. Dužina A—B koju treba izmjeriti označi se trasirkama. Za mjerenje su dovoljna dva figuranta. Prvi (a) smješta svoj kraj u početku dužine u toč. A i uravnava drugog figuranta (b) u pravac prema krajnjoj točki dužine (B). Kada je vrpca zategnuta i u pravac uravnata onda na poziv figurant (a) »bodi« figurant (b) zabada jedan klin (brojač) točno na završnu marku dužine vrpce. Figurant (b) ima prsten (alku) sa 11 klinova brojača (vidi sl. 97) dok figurant (a) ima prazan prsten. Kad je taj posao završen na poziv figuranta (b) »gotovo-dalje« vrpca se vuče dok figurant (a) ne dođe tamo gdje je prije bio figurant (b) odnosno gdje je zaboden prvi klin

brojač. Na ovom mjestu ponovno se uravnava vrpca na isti način kao i prije i kad je figurant (b) usadio drugi klin brojač na mjestu (b) figurant (a) izvlači prvi klin i stavlja ga u prazan prsten. Na taj način mjerenje se nastavlja sve do točke B gdje se očitava nepuni dio vrpce (R) zaokružen obično na najbliži parni centimetar.

Sl. 96.

Ako je duljina vrpce »l« a broj punih vrpca »n« onda je dužina A—B = D = n · l + R. Broj punih vrpca daju čavli brojači na prstenu figuranta (a) ali se kod toga nesmije zaboraviti na posljednji klin kod mjesta »N«. Za kontrolu mora zbroj čavala kod obadva figuranta biti 11. Tehničar koji vodi izmjeru bilježi crticama pune vrpce. Kod čitanja ostatka R treba paziti da se čitanje izvrši na onoj strani lanca na kojoj podjeljenje teče u istom smjeru u kojem se mjeri dužina.



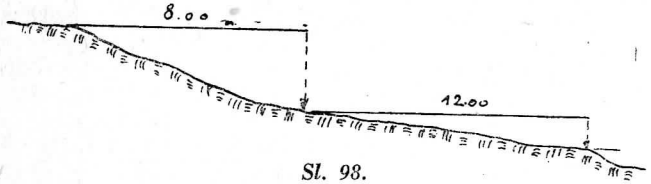
Sl. 97.

Kod mjerenja vrpca se zateže sa posebna dva štapa koja se provuku kroz završne prstene vrpce s kojima se ujedno vrpca uravnava u pravac.

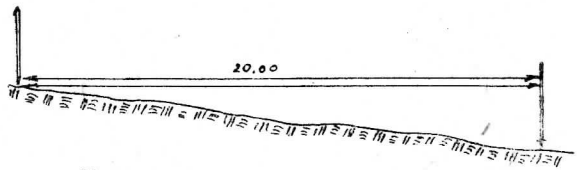
Mjerenje dužina na nagnutom terenu. Na nagnutom terenu slično kao i kod letava dužina se vrpcom može mjeriti na dva načina:

1. Stepenasto,
2. Koso po terenu.

Stepenasto mjerenje. Stepenasto mjerenje čeličnom vrpcom ovisi o nagnutosti terena. Ako je teren blago nagnut onda se stepenuje s punom vrpcom (od 20 m) a kod većih nagiba stepenice se prave kraće. Na pr. ako prva stepenica mora biti 7 m onda se kraj projicira na teren viskom ili klinom



Sl. 98.

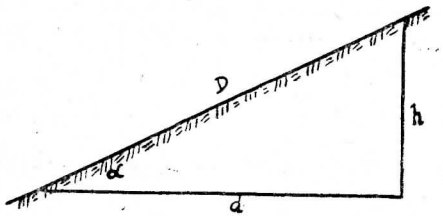


Sl. 98 a

a druga stepenica uzme se do kraja vrpce t. j. 13 m te se opet projicira na teren i zabada prvi klin brojač. Vrpca se horizontira kao i letva ali je praktičnije horizontirati okom, naročito ako je u blizini kakova građevina onda se horizontalnost vrpce postizava, da se okom dovađa vrpca u paralelnost sa soklom, krovnim žlijebom ili sljemenom krova dotične građevine.

Mjerenje dužine koso po terenu

Čeličnom vrpcom možemo dužinu mjeriti koso po terenu istim postupkom kao i na ravnom samo u tom slučaju, ako smo izmjerili neku dužinu »D« moramo računati njezinu redukciju na horizont »d«. U tu svrhu treba izmjeriti kut nagiba α ili visinsku razliku »h« između krajnjih točaka. Kut α mjeri se klinomjerom, padomjerom ili teodolitom dok visinsku razliku »h« možemo odrediti nivelmanom ili tahimetrijom.



Sl. 99.

Redukcija pomoću kuta nagiba

Pretpostavimo, da smo izmjerili kut nagiba kao i dužinu D na nekom kosom terenu između točaka A—B. Iz pravokutnog trokuta ABB′ reducirana dužina d bit će:

$$d = D \cdot \cos \alpha \ldots\ldots 1)$$

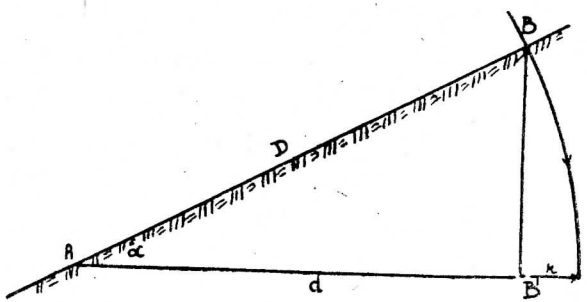
Međutim dužinu »d« možemo izračunati i pomoću t. zv. redukcije ili skraćenja »r« koju dobijemo, ako zamislimo mjerenu dužinu D prevaljenu na horizont onda iz slike vidimo da je

$$d = D - r \ldots\ldots 2)$$

u ovom slučaju treba izračunati »r« pa ćemo vrijednost za »d« iz formule br. 1) uvrstiti u formulu br. 2)

$$D \cos \alpha = D - r$$

$$r = D - D \cos \alpha = D\,(1 - \cos \alpha) = 2\,D \sin^2 \frac{\alpha}{2} \ldots\ldots 3)$$



Sl. 100.

Dakle po jednadžbi 1) računamo »d« pomoću cosinusa a po jedn. 3) »r« pomoću sinusa gdje treba ovaj »r« odbiti od mjerene dužine D da se dobije reducirana »d« (prema jedn. 2).

Za jednadžbu 1) i 3) postoje tablice Gaussa, Cloutha, Grünerta a može se računati pomoću dijagrama ili logaritamskog računala. Po tablicama za svaki izmjereni α i D izračunata je reducirana dužina »d« ili t. zv. redukcija »r«.

Redukcija pomoću visinske razlike h

Ako poznajemo visinsku razliku krajnjih točaka dužine koju mjerimo t. j. ako je ta visinska razlika već nivelmanom ili tahimetrijom određena, onda nije potrebno mjeriti kut nagiba α nego ga možemo izračunati pomoću sinusa t. j.

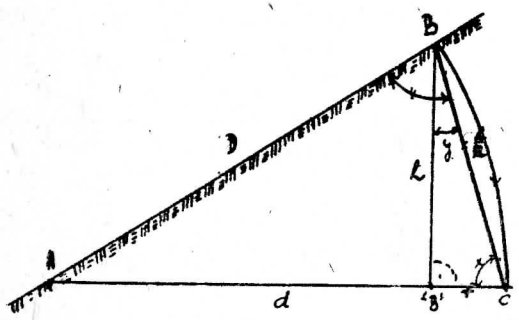
$$\sin \alpha = \frac{h}{D} \quad \ldots\ldots 4)$$

pa kada smo kut izračunali onda redukciju na horizont »d« možemo izračunati po form. 1).

Međutim »d« možemo izračunati i po Pitagorinom poučku:

$$d = \sqrt{D^2 - h^2} \quad \ldots\ldots 5)$$

Samo računanje po ovoj formuli nezgodno je ako nemamo pri ruci računskog stroja jer treba operirati velikim brojevima što usporava rad.



Sl. 101.

Najjednostavnije redukciju »r« možemo izračunati, poznavajući visinsku razliku h, na slijedeća dva načina:

1. Ako opet zamislimo prevaljenu mjerenu dužinu D na horizont onda je:

$$d = D - r$$

Iz trokuta BCB′ slijedi, da

$$\frac{r}{h} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$r = h \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \ldots\ldots 6)$$

Ovo je glavna jednadžba za redukciju (skraćenje) »r« gdje je nepoznat kut α kojega možemo izračunati po form. 4).

Da je kut kod B doista $\frac{\alpha}{2}$ možemo dokazati iz istokračnog trokuta ABC u kojem su kutovi kod B i C jednaki t. j.

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$$

i označimo ove kutove kao nepoznate sa »x«. Iz ovog istokračnog trokuta slijedi:

$$2x + \alpha = 180^0$$
$$2x = 180^0 - \alpha$$
$$x = 90^0 - \frac{\alpha}{2}$$

Iz ovoga dalje slijedi u trokutu BB′C gdje je kut kod B′ = 90° pa označimo kut kod B sa »y« onda slijedi:

$$y = 180^0 - [90^0 + (90^0 - \frac{\alpha}{2})]$$

$$y = \frac{\alpha}{2}$$

2. Do veličine »r« možemo još doći i pomoću Pitagorinog poučka t. j.

$$d^2 = D^2 - h^2 \quad \ldots\ldots 7)$$

U ovu formulu uvrstit ćemo za »d« vrijednost iz form. 2) pa slijedi

$$(D - r)^2 = D^2 - h^2$$
$$D^2 - 2Dr + r^2 = D^2 - h^2$$
$$-2Dr = D^2 - D^2 - h^2 - r^2 / . -1$$
$$2Dr = h^2 + r^2$$
$$r = \frac{h^2}{2D} + \frac{r^2}{2D} \quad \ldots\ldots 8)$$

Prema tome kada je izračunat »r« onda reduciranu dužinu »d« izračunamo po form. 2).

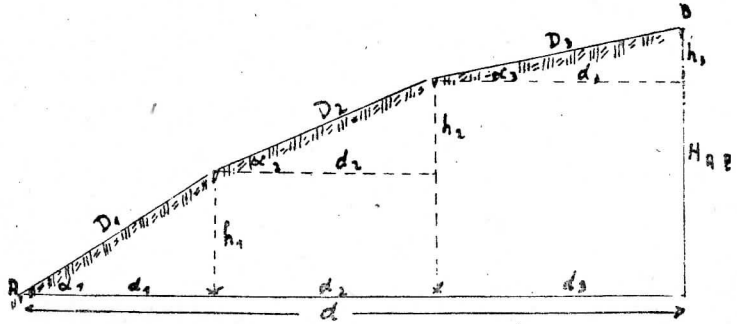
U gornjoj formuli 8) iznos $\frac{r^2}{2D}$ redovno je toliko malen, da ga možemo zanemariti pa nam ostane samo $r = \frac{h^2}{2D}$.

Međutim ako je »h« velik onda je i »r« razmjerno dosta velik, pa kada bi se zanemario iznos $\frac{r^2}{2D}$ nećemo dobiti točnu redukciju. U takovom slučaju kontrolni »r« računa se po formuli:

$$r = \frac{h^2}{2D - r'} \quad ; \text{ gdje je } r' = \frac{h^2}{2D}$$

Kod malih nagiba do 3° može se »r« zanemariti, pa je u tom slučaju reducirana dužina »d« jednaka mjerenoj dužini »D«.

Kod nejednolikog pada terena t. j. ako postoje prelomi, onda se pad mijenja, pa redukciju na horizont »d« računamo za svaki dio mjerene duljine »D« zasebno. Prije mjerenja treba sve prelome iskolčiti.



Sl. 102.

Ako su izmjereni kutovi α_1, α_2 i α_3;

$$d = D_1 \cos \alpha_1 + D_2 \cos \alpha_2 + D_3 \cos \alpha_3.$$

Ako su izmjerene visine h_1, h_2 i h_3

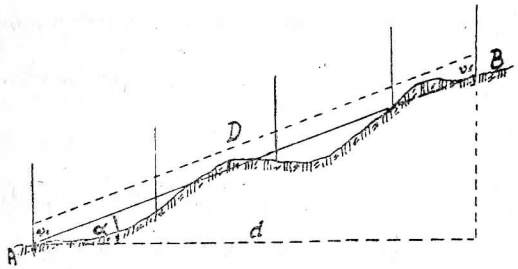
$$d = (D_1 - r_1) + (D_2 - r_2) + (D_3 - r_3) = d_1 + d_2 + d_3$$

gdje se svaki pojedini »r« računa po formuli 6) t. j. $r = h \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

a kut α po formuli 4) $\sin \alpha = \frac{h}{D}$

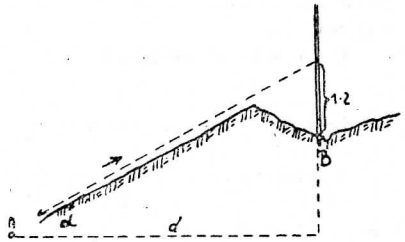
Kod mjerenja mogu nastupiti različiti slučajevi. Na prelomima mjeri se ili kut α ili od preloma do preloma visinska razlika »h«. Često puta prelom se može i izbjeći, ali to zavisi od samog reljefa terena. Na taj način skratili smo postupak kod mjerenja a tako isto i kod računanja.

Slika 103 prikazuje kako se može u različitim slučajevima prelom izbjeći.



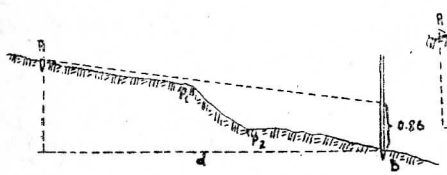
Sl. 103 a

Male neravnosti izbjegavamo uzdizanjem vrpce pa izmjerimo samo jedan nagib α.

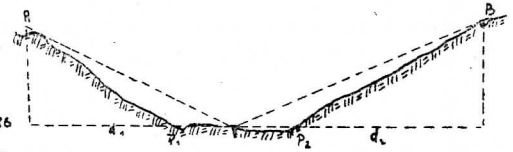


Sl. 103 b

Izbjegnut prelom kod P, pa dužinu PB ne treba mjeriti.

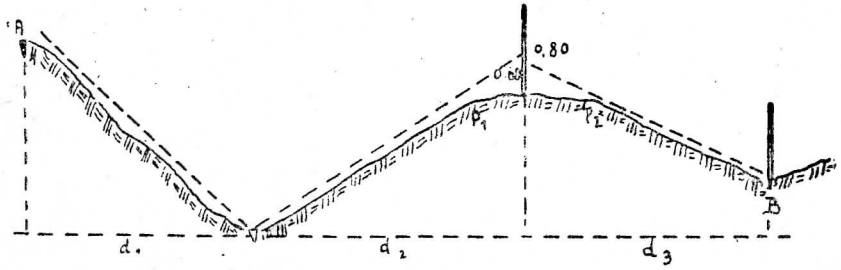


Sl. 103 c



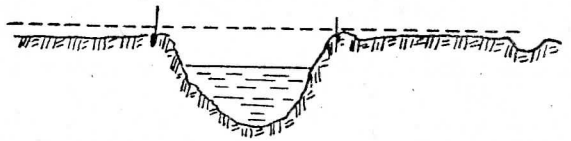
Sl. 103 d

Izbjegnuti prelomi kod P_1 i P_2.

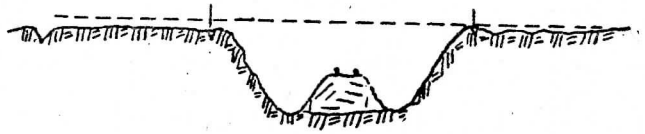


Sl. 103 e

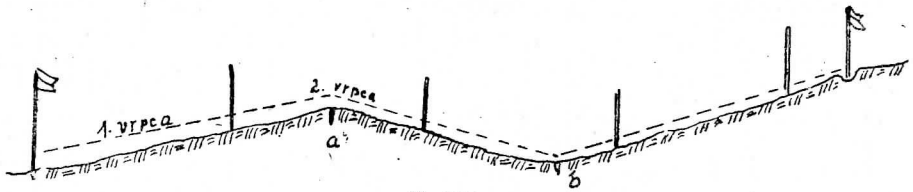
Kad se vrpca uzdiže treba zabilježiti na skicu mjerenja za koliko je uzdignuta. Sa dizanjem vrpce mijenja se i visinska razlika h pomoću koje često puta računamo redukciju na horizont. Ako se mjeri duljom vrpcom od 50 m onda se dužine mjere kontinuirano t. j. od početka do kraja duljine vrpce ali ne od preloma do preloma dok se na prelomima samo očitava mjera.



Sl. 103 f



Sl. 103 g



Sl. 104.

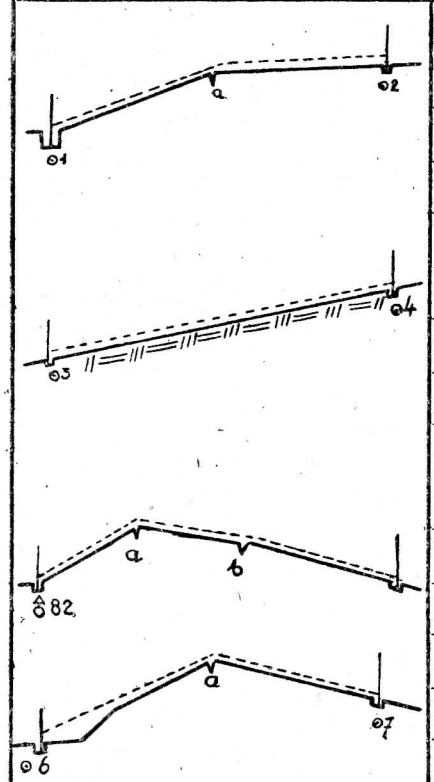
Svaka dužina bilo na ravnom ili kosom terenu mjeri se dva puta t. j. jedanput u jednom smjeru a drugi puta u suprotnom smjeru. Rezultati mjerenja neće biti jednaki, pa se za definitivnu dužinu uzima aritmetička sredina dvaju mjerenja. Dužine se kod mjerenja zaokružavaju na parne centimetre radi toga, da aritmetičku sredinu dobijemo u cijelim centimetrima.

Mjerenje stranica piše se u za to propisani formular br. 18.

Mjerenje poligonskih stranica

Stranica od	Stranica do	Mjerenje	Broj cijelih vrpca	Ostatak	Develičini ostatak	Od preloma do preloma	Develičini ostatak	Ukupna dužina	Develičini ostatak	Dužina vrpce
1	2	3	4	5		6		7		8
01	a	1	/	19,00	1	69,00	6			50
a	02		31,00 + //	21,38	5	152,38	1	221,38	7	
03	04	1	//	43,62	6			143,62	7	50
04	▲82	1	//	36,94	4			136,94	5	50
05	a	1		20,00	2	20,00	2			
a	b			27,00	0	27,00	0			
b	06		3,00 +	46,16	8	49,16	2	96,16	4	
▲82	05	1	//	6,16	4			106,16	5	50
06	a	1	/	34,00	7	34,00	3			50
a	07		16,00 +	39,50	8	55,50	6	139,50	0	

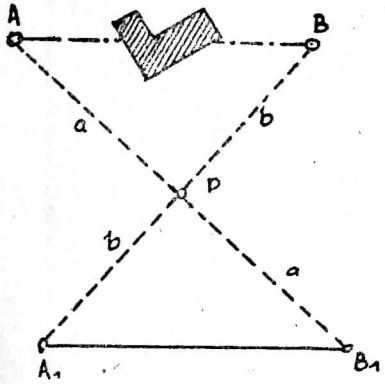
Strana broj

Situacija	Kategorija	Primjedba (Dan mjerenja, vrijeme i drugo)
9	10	11
		24 - 7 - 1945

INDIREKTNO MJERENJE DUŽINA

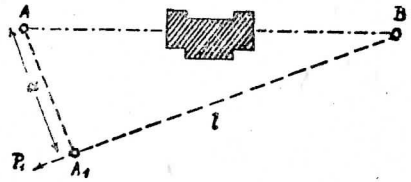
Indirektno mjerenje dužina obavlja se onda kad se direktno mjerenje uslijed kakovih zapreka ne može izvršiti. Točnost je manja nego kod direktnog mjerenja. Načini indirektnog mjerenja su različiti a zavise od pristupačnosti ili nepristupačnosti krajnjih točaka, kao i od same mjerene dužine, a također i od sprava kojima raspolažemo za mjerenje. Navesti ćemo nekoliko slučajeva indirektnog mjerenja.

Krajnje točke dužine su pristupačne.

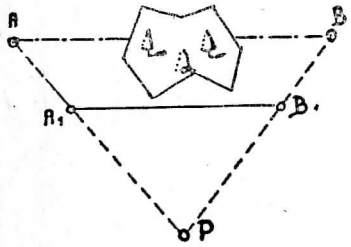


Sl. 105.

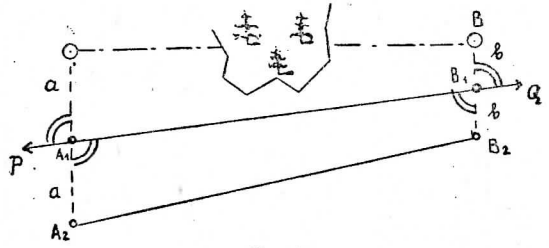
Sl. 107.



Sl. 108.



Sl. 106.



Sl. 109.

1. Treba izmjeriti dužinu AB a zapreka je zgrada (sl. 105). Izaberimo po volji točku P i izmjerimo AP = a. Produžimo pravac AP i na njemu iskolčimo toč. B_1 koja je udaljena od P za dužinu a. Isto tako izmjerimo i dužinu PB = b i produžimo na istoj udaljenosti veličinu b na protivnu stranu te iskolčimo toč. A_1. Na taj način dobili smo dva s u k l a d n a trokuta APB i A_1 P B_1 gdje je $A_1 B_1$ = AB te umjesto dužine AB možemo izmjeriti dužinu $A_1 B_1$.

2. Isti slučaj kao gore može se riješiti sa s l i č n i m trokutima (sl. 106). Izaberemo po volji točku P iz koje se dogleda točke A i B. Izmjerimo dužine AB i BP i na njima iskolčimo pomoćne točke A_1 i B_1 na udaljenosti

$$PA_1 = \frac{PA}{n} \quad \text{i} \quad PB_1 = \frac{PB}{n}$$

gdje je n proizvoljni broj. Izmjerimo sada dužinu $A_1 B_1$. Iz sličnosti trokuta A_1PB_1 i APB dobijemo:

$$AB = n \cdot A_1 B_1$$

3. Ako osim vrpce imamo i spravu za iskolčenje okomica a točke A i B se dogledaju, to ćemo iz njih podići okomice »a« na dužinu AB i iskolčiti toč. $A_1 B_1$ (sl. 107). Na taj način dobili smo pravokutnik, gdje je $A_1 B_1$ = AB te izmjerimo dužinu $A_1 B_1$.

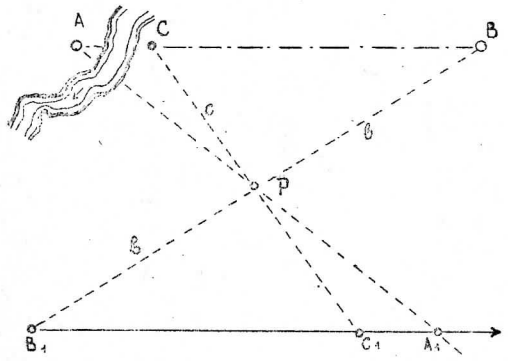
4. Indirektno se može izmjeriti dužina AB ako nemamo dovoljno prostora za rješavanje toga zadatka po slučajevima 1, 2 i 3 (sl. 108). Od točke B iskolčit ćemo povoljan pravac BP i spustiti na njega okomicu iz točke A i iskolčiti podnožje A_1. Sada ćemo vrpcom izmjeriti $A_1 A = a$ i $BA_1 = l$ pa po P i t a g o r i n o m poučku možemo izračunati dužinu $AB = \sqrt{l^2 + a^2}$.

5. Isti primjer dade se riješiti pomoću s i m e t r a l e. Iskolčimo po volji pravac PQ i na njega spustimo okomice iz točaka A i B, pa ćemo dobiti podnožje tih okomica točke $A_1 B_1$. Sada možemo izmjeriti $A_1 A = a$ i $B_1 B = b$. Na produženju istih okomica iskolčit ćemo na udaljenostima a i b toč. A_2 i B_2. Na taj način dobili smo dužinu AB = $A_2 B_2$ koja se dade izmjeriti.

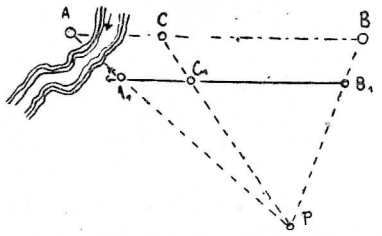
J e d n a k r a j n j a t o č k a d u ž i n e j e n e p r i s t u p a č n a.

a) *Mjerenje samo sa vrpcom.*

1. Na dužini AB izaberemo si po volji točku C a izvan dužine jednu pomoćnu točku P. Izmjerimo dužinu PB = b i na njenom produženju na istoj udaljenosti »b« iskolčimo točku B_1. Isto tako izmjerimo dužinu CP = c te iskolčimo točku C_1. Produžimo sada pravac $B_1 C_1$ i odredimo presjecište toga pravca sa produženjem pravca AP t. j. točku A_1 onda je dužina $A_1 B_1$ = AB.



Sl. 110.

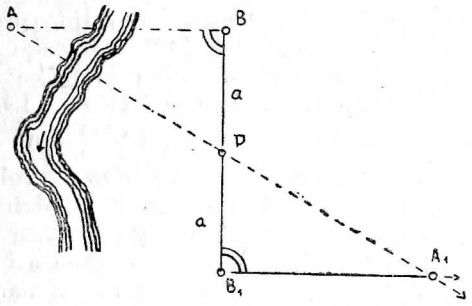


Sl. 111.

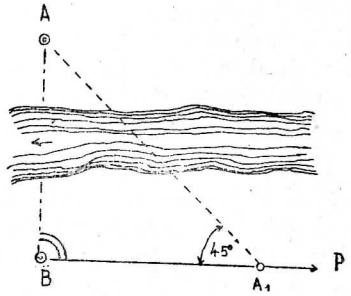
2. Izaberimo po volji točku P i također međutočku C na pravcu AB. Izmjerimo na pravcima PB i PC po volji jednake dijelove tih dužina $PB_1 = \frac{PB}{n}$ i $PC_1 = \frac{PC}{n}$ gdje »n« po volji okrugao broj. Ako sada odredimo presjek pravaca PA i $B_1 C_1$ te izmjerimo dužinu $A_1 B_1$ onda je tražena dužina AB = n · A B. Rezultat je točniji što je »n« manji.

b) *Mjerenje s vrpcom i spravom za iskolčenje okomica (kutova).*

1. Iz točke B podignemo okomicu na pravac AB te izmjerimo na okomici po volji dužinu BP = a i za isto toliki iznos produžimo dok ne dobijemo točku B_1 t. j. $PB_1 = a$. Nakon toga iz točke B_1 bacimo okomicu na BB_1 i odredimo presjek te okomice sa produženim pravcem AP. Dobiti ćemo točku A_1 gdje je dužina $A_1B_1 = AB$.

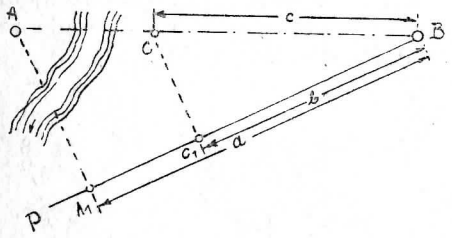


Sl. 112.

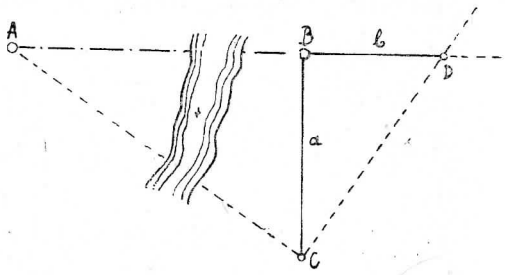


Sl. 113.

2. Ako raspolažemo sa spravom s kojom možemo iskolčavati i kutove od 45° onda iskolčimo iz toč. B okomicu na dužinu AB t. j. pravac PB. Po ovome pravcu idemo postepeno sa spravom za iskolčenje kuta (bubnjem) dok u jednom smjeru kroz proreze bubnja ne vidimo toč. B a u drugom smjeru točku A. Na taj način iskolčena dužina $BA_1 = AB$.



Sl. 114.



Sl. 115.

3. Iz krajnje točke B iskolčimo po volji pravac BP a na samoj dužini AB odredimo po volji međutočku C iz koje spustimo okomicu na pravac BP da dobijemo toč. C_1 a isto tako spustimo okomicu iz krajnje toč. A, pa ćemo dobiti točku A_1. Sada ćemo izmjeriti dužine a, b i c te iz sličnosti trokuta možemo postaviti odnos $\overline{AB} : c = a : b$ a odavle $\overline{AB} = \frac{a \cdot c}{b}$

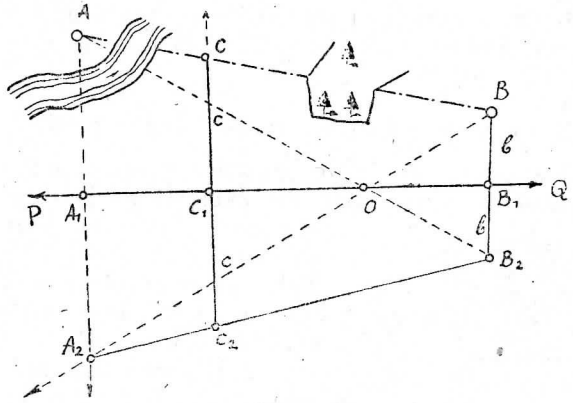
4. Iz krajnje točke B spustimo okomicu na dužinu AB te na toj okomici izmjerimo po volji BC = a. Nakon toga iz točke C podignemo još jednu okomicu na pravac AC i odredimo sjecište te okomice sa produženjem dužine

AB t. j. točku D, pa kada izmjerimo BD = b iz sličnosti trokuta ABC i BCD imamo odnos:

$$\overline{AB} : a = a : b$$

$$\text{odakle } \overline{AB} = \frac{a^2}{b}$$

5. Možemo imati takav slučaj, da osim toga što je krajnja točka dužine n e p r i s t u p a č n a, krajnje točke dužine se međusobno n e d o g l e d a j u uslijed zapreke. Iskolčimo po volji pravac PQ i spustimo na njega okomicu iz krajnje točke B i izmjerimo tu okomicu $BB_1 = b$ te produžimo za isti iznos b do točke B_2. Sada odredimo sjecište 0 pravca PQ sa pravcem AB_2. Nakon toga iskolčimo pravac BO i u naravi ga produžimo. Sjecište njegovog produženja sa produženjem okomice AA_1 dati će točku A_2. Tada je dužina $A_2B_2 = AB$.

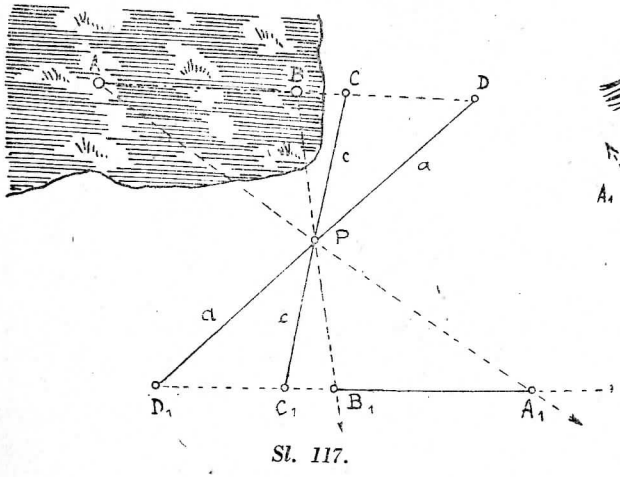


Sl. 116.

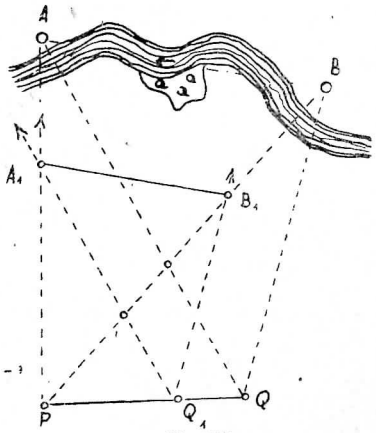
O b a d v i j e k r a j n j e t o č k e d u ž i n e s u n e p r i s t u p a č n e.

a) *Mjerenje samo sa vrpcom.*

1. Izaberimo po volji toč. P izvan nepristupačne dužine AB i dvije točke C i D koje leže na produženju tražene dužine AB. Izmjerimo sada dužinu



Sl. 117.



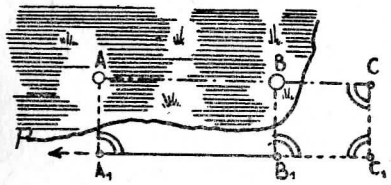
Sl. 118.

CP = c i DP = d i iskolčimo njihova produženja za istu vrijednost t. j. za c i d. Na taj način dobili smo točke C_1 i D_1. Iskolčimo sada dužinu $C_1 D_1$ sa produženjem i odredimo presjecište A_1 odnosno B_1 sa produženim pravcem AP odnosno BP tada je dužina $A_1 B_1$ = AB.

2. Ako su obadvije točke nepristupačne a osim toga se međusobom n e d o g l e d a j u, onda ćemo mjerenje obaviti na slijedeći način. Izaberemo po volji neku dužinu PQ sa koje se vide točke A i B. Izmjerimo PQ a na njoj također i jedan njezin dio t. j. $PQ_1 = \frac{PQ}{n}$ (n = povoljan broj). Nakon toga iskolčimo iz točke — Q_1 pravac paralelan sa pravcem QA i odredimo sjecište te paralele sa pravcem PA t. j. toč. A_1. Iz iste točke Q_1 iskolčimo pravac paralelan sa pravcem QB i odredimo presjecište sa pravcem PB t. j. točku B_1. Ako sada izmjerimo dužinu $A_1 B_1$ onda slijedi iz sličnosti četverokuta PABQ i $PA_1 B_1 Q_1$ da je AB = n · A_1 B_1.

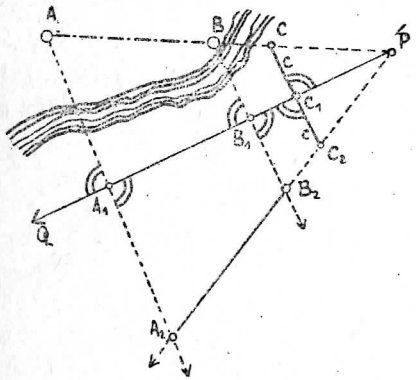
b) *Mjerenje s vrpcom i spravom za iskolčenje okomice.*

1. Produžimo pravac AB i na produženju izaberemo toč. C te iz nje podignemo okomicu na pravac AB. Na okomici odaberemo točku C_1 i podignemo iz nje još jednu okomicu $C_1 P$ na prijašnju okomicu $C C_1$. Na ovaj pravac $C_1 P$ spuštamo okomice iz nepristupačnih točaka A i B i odredimo podnožja A_1 i B_1 onda je $A_1 B_1$ = AB.

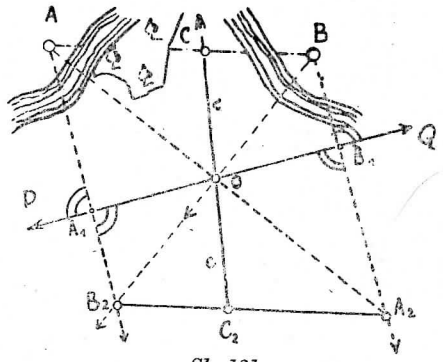


Sl. 119.

2. U produženju pravca AB iskolčimo dvije točke C i P. Iz točke P iskolčimo proizvoljni smjer PQ i na ovaj pravac



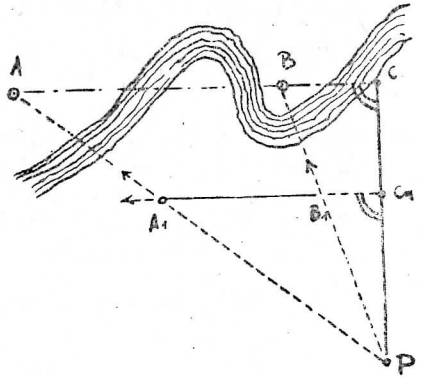
Sl. 120.



Sl. 121.

spustimo okomice iz točaka A, B i C tako, da dobijemo podnožja A_1 B_1 C_1. Sada produžimo okomicu $C_1 C$ = c do točke C_2. Po tom iskolčimo smjer PC_2 i odredimo njegovo sjecište t. j. točke A_2 i B_2 sa produženjima okomica A A_1 i B B_1. Ako sada izmjerimo dužinu $A_2 B_2$ ona će biti jednaka traženoj dužini AB.

3. Osim toga što su točke nepristupačne one se međusobno n e d o g l e d a j u. U takovom slučaju iskolčit ćemo proizvoljni pravac PQ na koji spustimo okomice iz krajnjih točaka A i B. Raspolovimo dužinu $A_1 B_1$ i iskolčimo točku O. Potom ćemo iskolčiti smjerove AO i BO i odrediti presjecišta tih smjerova sa produženjima okomica AA_1 i BB_1. Na taj način dobili smo točke A_2 i B_2 a nepristupačna dužina AB biti će jednaka dužini $A_2 B_2$ koja se može izmjeriti.



Sl. 122.

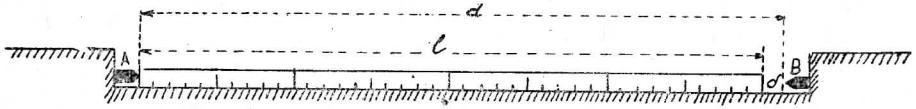
4. U produženju dužine AB izaberemo točku C i iz nje dignemo okomicu na pravac AB. Na toj okomici izmjerimo proizvoljnu dužinu CP i na toj okomici odmjerimo međutočku C_1 tako da je dužina $PC_1 = \frac{PC}{n}$. Ako sada iz C_1 podignemo okomicu na PC i odredimo njezina sjecišta A_1 i B_1 sa smjerovima PA odnosno PB onda je nepristupačna dužina AB = n · A_1 B_1.

ISPITIVANJA SPRAVA ZA MJERENJE DUŽINA

Komparacija — sravnjivanje

Sprave za mjerenje dužina moraju se od vremena do vremena ispitati t. j. komparirati sa točnijim mjerama.

Letve se ispituju pomoću t. zv. komparacionih metara. To su dva metalna metrička štapa koji na krajevima svršavaju oštricama. Dužina im je 1 m a kvadratični presjek 1 cm^2 kod stalne temperature. Sa komparacionim metrima mogu se letve direktno izmjeriti odnosno usporediti. Slika 123 prikazuje komparacione metre.



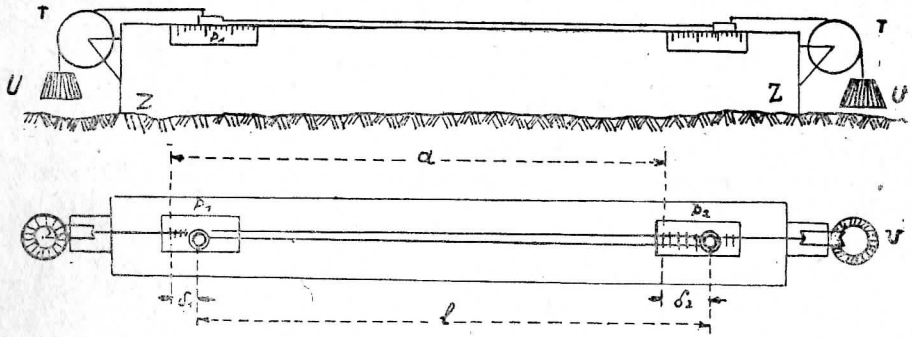
Sl. 123.

Mnogo je bolje ispitivanje vršiti pomoću komparatora. Na kakvom zgodnom mjestu, hodniku, terasi, širokom stubištu postave se dva šiljka AB u međusobnoj udaljenosti »d« nešto većoj od dužine letava. Komparacionim

Sl. 124.

metrima taj razmak nekoliko puta izmjerimo što točnije. Letva se postavi na komparator tako, da joj se početak dotakne oštrice A. Razmak između svršetka letve i oštrice B »δ« izmjeri se šestarom i očita na kakvom milimetarskom ili transverzalnom mjerilu. Dužina letve »l« biti će : $l = d - \delta$

Čelične vrpce mogu se ispitivati na više načina t. j. komparacionim metrima ili komparatorom. Komparacionim metrima kontrolira se na taj način, da se vrpca pruži po ravnom terenu i zategne normalnom silom kako se zateže kod mjerenja. Zatim se po njoj postavljaju dva normalna čelična metra kvadratnog oblika 1 cm² sa oštricama na krajevima a čija je dužina 1 m kod temperature 15°C. Može se imati i nova komparirana vrpca pa s njom uspoređivati ostale vrpce, ali takova vrpca nesmije služiti za mjerenje. Komparator za ispitivanje vrpca prikazuje slika 125.



Sl. 125.

U zidano postolje Z ugrađene su mramorne pločice P_1 i P_2 u razmaku od 20 m. Ploče su polirane i nose milimetarska podjeljenja. Razmak »a« između nultočaka obaju podjeljenja izmjeri se što točnije komparacionim metrima. Vrpca se postavlja na postolje tako, da početni prsten dođe na ploču P_1 a završni na P_2. Prsteni vrpce zakvače se posebnim kukama »K« koje žicom preko kolotura T sa utezima od po 5 kg natežu vrpcu. Nakon toga čita se na podjeljenju P_1 razmak δ_1 između nul točke vrpce i nul točke tog podjeljenja. Isto tako se čita na ploči P_2 razmak δ_2. Na taj način dužina vrpce bit će

$$l = a + \delta_2 - \delta_1$$

Ovako građenih komparatora ima malo. Obično ga posjeduju veći zavodi odnosno institucije kao na pr. Vojno geografski institut u Beogradu.

Ako vrpca »l« otstupa za x od svoje prave vrijednosti to će pogreška na jedinicu dužine t. j. 1 m biti: $p = \frac{x}{l}$.

Ovu pogrešku kod mjerenja treba uzimati u obzir t. j. uračunavati ako je dužina izmjerena sa pogrešnom vrpcom.

P r i m j e r :

Pretpostavimo, da smo jednu te istu dužinu koja je određena sa krajnjim točkama na terenu izmjerili sa vrpcom koja je d u ž a od 20 m za 15 mm.

Istu dužinu izmjerili smo drugi puta sa vrpcom koja je k r a ć a od 20 m za 15 mm. U jednom i drugom slučaju popravak za jedinicu dužine C bit će

$$p = \frac{0.015}{20} .$$

Preduga mjera ide premalo puta u određenu dužinu, doćim kraća vrpca ide previše puta u istu dužinu.

Ako je sa ispravnom vrpcom izmjerena dužina D = 155.26 m onda ista dužina mjerena sa dužom vrpcom za 0.015 m biti će svakako kraća za $155{,}26 - \frac{0{,}015}{20} \cdot 155{,}26 = 155{,}26 - 0{,}12 = 155{,}14$ m. Što zapravo znači da dužini od 155,14 m koju smo izmjerili sa d u ž o m vrpcom od normalne za 0,015 m moramo d o d a t i pogrešku $p = \frac{0{,}015}{20} \cdot 155{,}14 = 0{,}12$ m da dobijemo ispravno mjerenu dužinu D = 155,26 m.

Sa k r a ć o m vrpcom izmjerena dužina D iznašati će $155{,}26 + 0{,}12 = 155{,}38$ m te joj moramo o d u z e t i pogrešku $p = \frac{0{,}015}{20} \cdot 155{,}38 = 0{,}12$ da dobijemo ispravno mjerenu dužinu D = 155,26 m.

POGREŠKE I TOČNOST DIREKTNOG MJERENJA DUŽINA

Ako neku dužinu određenu na terenu mjerimo dva puta sa istom spravom i na isti način, dobit ćemo redovito dva rezultata, koja se međusobom za nešto razlikuju. Ova razlika nastaje uslijed pogrešaka koje ne možemo izbjeći kod nijednog mjerenja. U glavnom razlikujemo tri vrste pogrešaka:

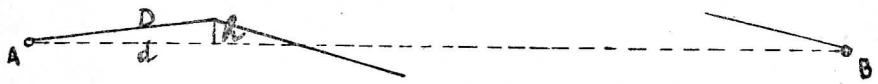
1. pravilne ili sistematske pogreške
2. nepravilne ili slučajne pogreške
3. grube pogreške.

Pravilne ili sistematske pogreške nastaju onda, kad su sprave sa kojima mjerimo neispravne ili kada je neispravan način mjerenja. Na pr. predugačka ili prekratka letva ili čelična vrpca s kojom dužinu mjerimo, nepravilna podjeljenja na limbusnom krugu (spravi za mjerenje kutova), promjena temperature i t. d. Rezultat mjerenja biti će uvijek pogrešan i sa istim predznakom. Ova pogreška može se predviditi odnosno odrediti te kod mjerenja uzeti u obzir i na taj način otkloniti njezin utjecaj.

Nepravilne ili slučajne pogreške nastaju uslijed nesavršenosti ljudskih osjetila, koje su u glavnom individualne, nadalje uslijed nedovoljne izvježbanosti operatora na pr. početnik griješi više nego iskusan tehničar a isto tako ima utjecaj i umor operatora, nesavršenosti sprava kao i raznih vanjskih utjecaja (na pr. utjecaj topline i vlage). Točan razlog nemože se ustanoviti i zato se nemože ni predviditi sa kakvim predznakom će nepravilna pogreška nastupiti t. j. dali sa + ili sa — i kolika će biti.

Grube pogreške nastaju u glavnom uslijed nedovoljne pažnje prilikom samog mjerenja na pr. zaboravi se upisati dužina cijele vrpce ili letve, nepravilno očitana vrpca ili horizontalni limbus i t. sl. Međutim gruba pogreška može nastati mjerenjem po jako zaraštenom terenu. Ove pogreške ustanovljuju se i ispravljaju ponovnim mjerenjem.

Točnost mjerenja. Mjerenje dužina jedna je od vrlo važnih geodetskih operacija, pa istome treba obratiti najveću pažnju. Izvori pogrešaka mogu biti razni, na pr. neispravno uravnavanje u pravac, neispravno horizontiranje lanca ili letve, nepažljivo označivanje na krajevima, nejednoliko natezanje vrpce i t. d. Pretpostavimo, da trebamo izmjeriti dužinu AB sa čeličnom



Sl. 126.

vrpcom dužine »D« a da ju kraj toga nismo ispravno uravnali u pravac te ista otstupa od smjera mjerenja za iznos »h«. U tom slučaju za dužinu vrpce nastaje pogreška:

$$r = D - d \quad \text{dok je} \quad d^2 = D^2 - h^2$$

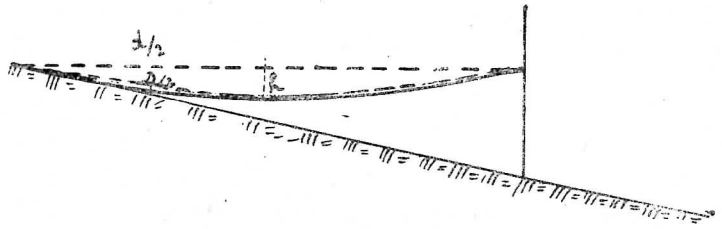
pa u ovu formulu uvrstimo za $d = D - r$

$$\begin{aligned} (D-r)^2 &= D^2 - h^2 \\ D^2 - 2Dr + r^2 &= D^2 - h^2 \\ 2Dr &= h^2 + r^2 \\ r &= \frac{h^2}{2D} + \frac{r^2}{2D} \end{aligned}$$

Vidimo, da je izraz $\frac{h^2}{2D}$ isti kao kod redukcije koso mjerenih dužina na horizont. Što je nazivnik (odnosno dužina vrpce) veći, to je pogreška mjerenja manja. Znači, da ćemo sa letvama ako smo izašli iz pravca, dobiti veću pogrešku nego ako duljinu mjerimo sa čeličnom vrpcom. Gornja formula daje pogrešku u horizontalnom smislu. Na pr. Ako smo za dužinu vrpce od 50 m na ravnom terenu izašli iz pravca za 0.50 m pogreška

$$r = \frac{0{,}50^2}{100} = \frac{0{,}25}{100} = 0{,}0025 \text{ m} = 2{,}5 \text{ mm}$$

t. j. dužina na 50 m biti će kraća za 2,5 mm.



Sl. 127.

Kod stepenastog mjerenja kad vrpca nije dovoljno nategnutata i čini lančanicu, može se približno upotrebiti ista formula za pogrešku dok se za određivanje pogreške za cijelu dužinu vrpce mora uzeti dvostruki iznos.

$$r = \frac{D}{2} - \frac{d}{2} \qquad \frac{d^2}{4} = \frac{D^2}{4} - h^2/4$$

$$2r = D - d \qquad d^2 = D^2 - 4h^2$$

$$d = D - 2r \qquad (D-2r)^2 = D^2 - 4h^2$$

$$D^2 - 4Dr + 4r^2 = D^2 - 4h^2$$

$$4Dr = 4h^2 + 4r^2$$

$$r = \frac{h^2}{D} + \frac{r^2}{D} \text{ za pol. vrpce}$$

$$r = \frac{2h^2}{D} \text{ za cijelu vrpcu}$$

Na pr. Ako je D = 50 m, h = 0,50 m pogrešku izračunati ćemo na slijedeći način:

$$r = \frac{2.0{,}50^2}{50} = \frac{0{,}50}{50} = 0{,}01 = 10 \text{ mm.}$$

ili općenito $\frac{D}{5000}$

Kako vidimo mjerenju dužina treba obratiti naročitu pažnju da bi se izbjegle nepotrebne pogreške. Naročito je važno uravnavanje u pravac kao i horizontiranje sprave s kojom se mjeri. Nadalje treba obratiti pažnju točnom zabadanju čavala-brojača. Vrpcu treba zatezati pravilnom silom, da ne bi nastupilo rastezanje. Svaku dužinu treba mjeriti najmanje dva puta i to jedanput u jednom smjeru (d_1), a drugi puta u suprotnom smjeru (d_2). Ako se mjeri na strmom terenu, onda obadva mjerenja treba obaviti u smjeru pada terena. Pogrješka između obadva rezultata mjerenja (d_1—d_2) nesmije prekoračiti dozvoljene granice. Ako je pogreška manja od dozvoljene smatramo, da je mjerenje ispravno, pa se za definitivnu dužinu uzima aritmetička sredina iz obadva mjerenja t. j.

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Kod svakog mjerenja konačna vrijednost čitanja na vrpci zaokružuje se na parne centimetre, da bi se lakše stvorila aritmetička sredina u cijelim centimetrima.

Maksimalno dozvoljena pogreška za razne dužine i razne kategorije terena izračunata je kod dvostrukih mjerenja vrpcom od 20 m po slijedećim formulama:

Za teren I. kat. : $\Delta = \pm 0{,}01 \sqrt{4\,d + 0{,}005\,d^2}$

Za teren II. kat. : $\Delta = \pm 0{,}01 \sqrt{6\,d + 0{,}0075\,d^2}$

Za teren III. kat. : $\Delta = \pm 0{,}01 \sqrt{8\,d + 0{,}01\,d^2}$

gdje je »d« dužina izmjerene strane.

Za teren I. kat. smatra se teren ravan bez zapreka. Kod II. kat. teren je srednje povoljan, a kod III. kat. je strm odnosno sa stanovitim zaprekama.

Po gornjim formulama sastavljene su tabele dozvoljenih pogrešaka za dvostruka mjerenja.

Točnost mjerenja je kod raznih sprava različita. Kod mjerenja žicom dužina može biti određena sa točnošću; $\frac{1}{3{,}000000} - \frac{1}{5{,}000000}$

kod preciznog mjerenja vrpcom; $\frac{1}{10000} - \frac{1}{15000}$

kod mjerenja letvama . . . ; $\frac{1}{2000} - \frac{1}{5000}$

kod mjerenja čeličnom vrpcom; $\frac{1}{2000}$

kod mjerenja lancem . . . ; $\frac{1}{500}$

ISKOLČENJE PRAVOG KUTA

KUTNI PRIBOR

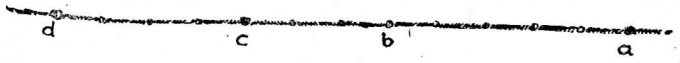
Pravi kut, kojega moramo na terenu iskolčiti u svrhu detaljnog snimanja, obavljamo na razne načine t. j. računski i pomoću kutnog pribora. U staro vrijeme pravi kut iskolčavao se pomoću specijalnog užeta, dok se danas upotrebljava moderan pribor.

Prema tome iskolčiti okomicu možemo:

1. Užetom, 2. Računski, pomoću Pitagorinog poučka, 3. Kutnim križem, 4. Kutnim bubnjem, 5. Kutnim zrcalom i 6. Prizmom.

1. *Uže.* Pravi kut znali su iskolčavati već i stari egipčani i indijci u svrhu gradnja njihovih hramova i glasovitih piramida, koje u temelju imadu oblik kvadrata ili pravokutnik.

Za takav rad služilo im je specijalno dugo uže sa jednako udaljenim čvorovima u odnosu 5 : 3 : 4.



Sl. 128.

Kada se zabiju kolci i uže poveže u toč. c i b te sa krajnjih točaka a i d u polukrugu zateže tako dugo, dok se čvorišta a i d ne sastanu, to će se kod točke c dobiti pravi kut (vidi sl. 129).

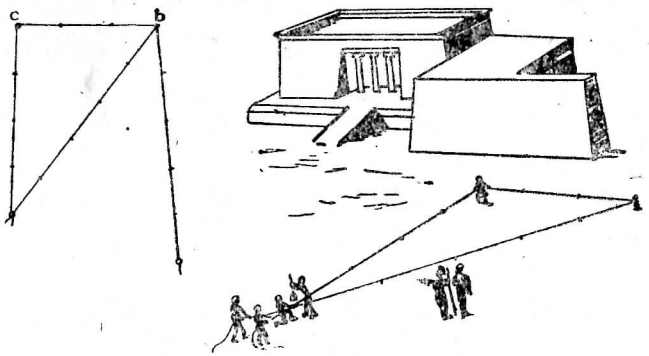
Ovako dobiven trokut sa pravim kutem u toč. c naziva se »egipatski trokut«.

Slično su pravi kut iskolčavali i indijci, samo su na njihovom užetu čvorišta bila u odnosu 39 : 15 : 36.

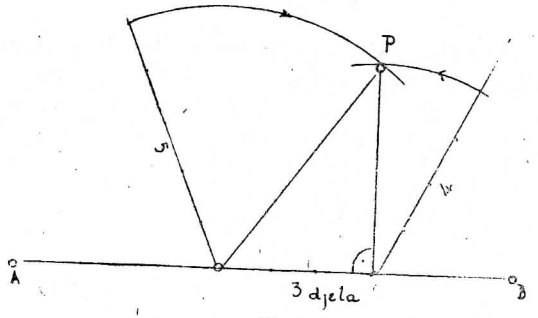
Ovakova užeta čuvala su se u hramovima, a sa njima imali su pravo raditi samo svećenici.

Danas se još uvijek na gradnjama upotrebljava ovaj odnos 5 : 3 : 4 kod iskolčenja pravog kuta u svrhu »nalaganja« zgrade (Sl. 130).

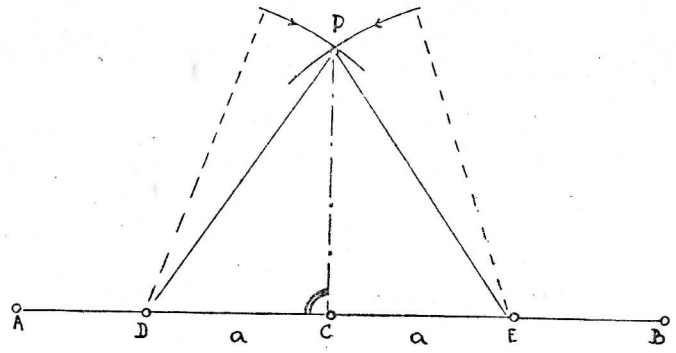
Pravi kut pomoću užeta bez ikakve mjere možemo iskolčiti na slijedeći način:



Sl. 129.



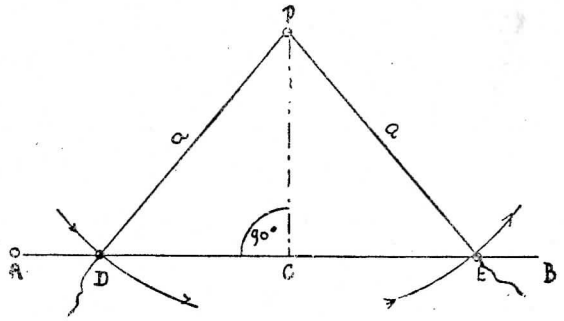
Sl. 130.



Sl. 131.

Iz toč. C treba baciti okomicu na našu osnovicu AB. U tu svrhu nanijet ćemo od C na svaku stranu jednake duljine »a« te u točkama D i E držimo krajeve konopca, dok sredinom konopca zatežemo tako dugo, dok obadvije polovice PD i PE nisu zategnute. Točku P u naravi označimo kolčićem, a pravac PC okomica je na našu osnovicu AB (Sl. 131).

Na isti način može se iz neke zadane točke na terenu spustiti okomica na određen pravac. U naravi najprije ćemo iskolčiti pravac AB, a iza toč. P zatezat ćemo uže određene dužine »a« u polukrugu, dok ne sječe naš pravac AB u toč. D i E. Ove točke označit ćemo kolčićima, a u polovini međusobne udaljenosti označiti toč. C, koja je podnožje spuštene okomice iz toč. P.



Sl. 132.

2. *Pitagorin poučak.* Računskim putem pomoću Pitagorinog poučka može se također spustiti okomica na određen pravac bez sprave. Na pravcu AB izaberemo proizvoljno toč. D i E, a iza toč. P trebali bi spustiti okomicu. Izmjerit ćemo tada dužine a, b i p. Po Pitagorinom poučku slijedi iz trokuta DPE da je visina h: $h^2 = a^2 - x^2 = b^2 - (p - x)^2$

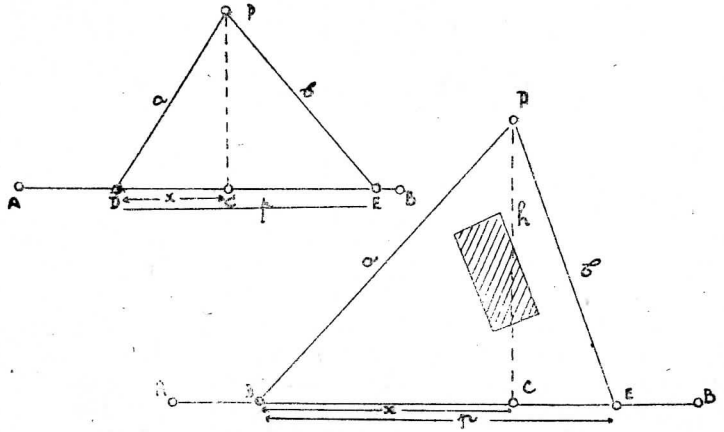
$$a^2 - x^2 = b^2 - p^2 + 2px - x^2$$

$$2px = a^2 - b^2 + p^2$$

$$x = \frac{a^2 - b^2 + p^2}{2\,p}$$

$$h = \sqrt{a^2 - x^2}$$

Ako sada izračunamo i odmjerimo duljinu »x« od toč. D onda kraj te dužine biti će podnožje okomice spuštene iz toč. P na osnovicu AB. Ovo podnožje »c« kao i visina »h« može se odrediti na isti način ako postoji zapreka (Sl. 134)

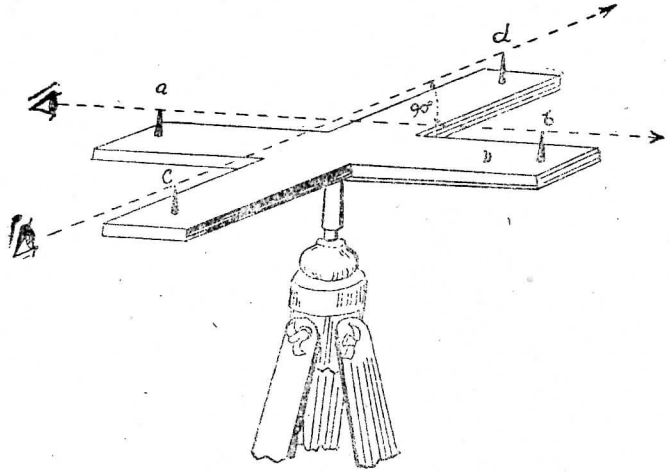


Sl. 133. i 134.

3. *Kutni križ.* Na daščici D, koja ima oblik kvadratnog križa, učvršćene su igle a, b, c i d. Preko tih igala se vizira. Križ se postavlja na štap ili stativ. Vizurna ravnina, koja prolazi iglama c i d, okomita je na ravninu koja prolazi iglama a i b.

Glavni uslovi koje sprava mora ispunjavati su slijedeći:

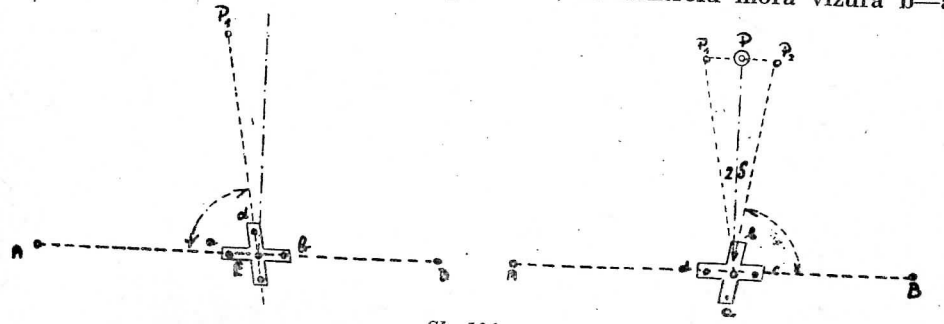
1. Igle moraju biti okomite na daščicu D.
2. Vizurne ravnine, odnosno vizurni pravci ab i cd moraju biti međusobno okomiti.



Sl. 135.

Prvi se uslov ispituje tako, da se daščica D horizontira, a potom preko igala viziramo na visak, koji je obješen. Ako su igle paralelne sa viskom odnosno ako se sa njime pokrivaju, onda su i okomite na daščicu t. j. uslov je ispunjen. U protivnom slučaju igle treba popraviti (vertikalizirati).

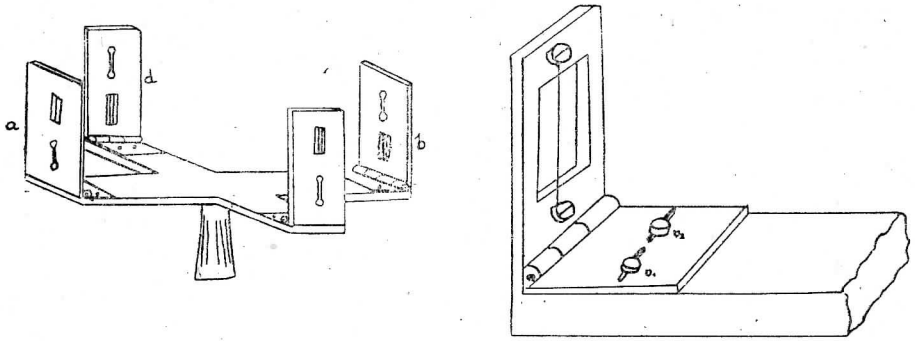
Drugi uslov ab $\perp$ cd ispituje se polureverzijom (zaokretanjem za 90°). Ako vizura ab nije okomita na cd nego čine kut $90 + \delta$ ili $90 - \delta$ to se može ustanoviti na slijedeći način: kutni križ se postavi na međutočku E pravca AB. Vizura a—b uravna se prema B, za kontrolu mora vizura b—a



Sl. 136.

pogađati točku A. Vizurom cd označi se na terenu toč. P_1 te ako je uslov ispunjen ona mora biti u okomici. Zatim se sprava okrene za 90° tako, da cd dođe u pravac AB. Ako sada vizura a—b pogađa trasirku P_1 uslov je ispunjen, ako ne pogađa, onda se u vizuru a—b uravna druga trasirka u toč. P_2. Udaljenost P_1P_2 odgovara dvostrukoj pogrešci križa (2δ). Na sredini između P_1 i P_2 postavi se nova trasirka P, koja će biti na okomici. Prema toj trasirci križ se rektificira t. j. igle a i b pomaknu se tako, da vizura ab pogađa trasirku P.

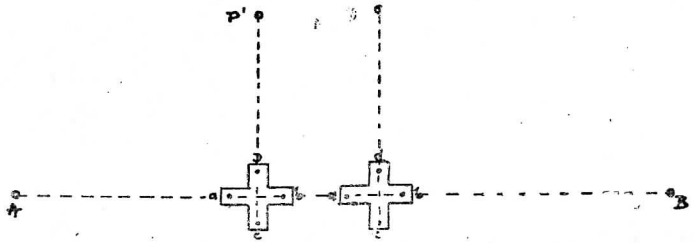
Metalni križ mjesto igala ima posebne naprave za viziranje. tzv. d i o p t e r e. Na križu su šarnirima učvršćene lamele a, b, c i d, koje imadu proreze.



Sl. 137.

Uski prorezi su okulari, a nasuprot svakom okularu nalazi se širok prorez preko kojega je napeta nit (struna). Na okularu drži se oko, a široki prorez kod viziranja okrene se objektu. Ovaj prorez zove se objektivni prorez. Osim ovakovih ima i dvostrukih dioptera t. j. na svakoj lameli nalazi se jedan okularni i jedan objektivni prorez tako, da se može vizirati u dva suprotna smjera. Sprava se postavlja na štap ili stativ. Ispitivanje i rektifikacija obavlja se na isti način, kao kod kutnog križa sa iglama. Ako treba koju nit popraviti otpuste se vijci v_1 i v_2, a nit se pomakne koliko je potrebno te nakon toga lamele opet učvrsti pritezanjem vijaka.

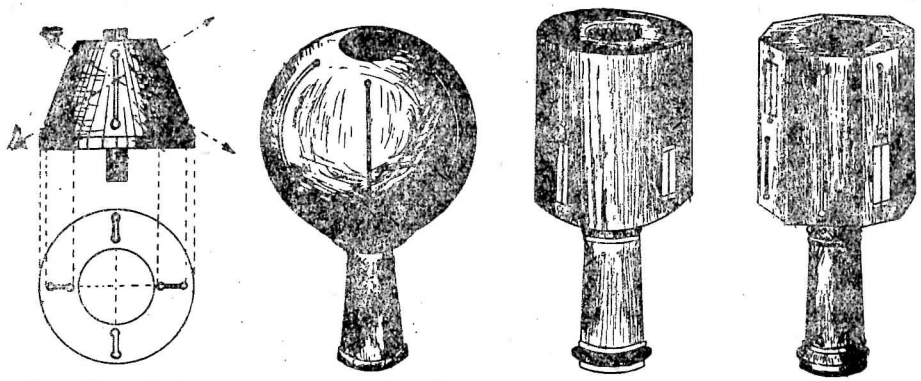
Ako iz toč. P pomoću kutnoga križa treba s p u s t i t i okomicu na pravac AB onda se na pravcu AB križ postavi približno na mjesto gdje bi otprilike moglo biti podnožje tražene okomice. Vizura a—b uravna se prema B (ili b—a prema A). Ako cd pogađa točku P onda je podnožje okomice



Sl. 138.

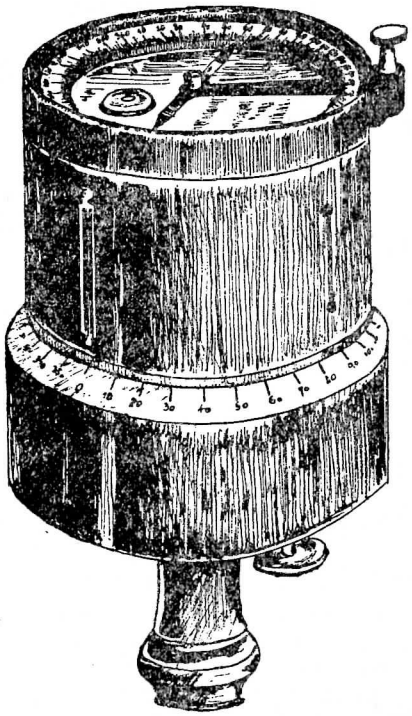
ispravno, ako ne pogađa, mora se križ po pravcu AB polagano pomicati tako dugo, dok se ne postigne, da bude u isti čas a—b u pravcu AB i vizura cd u pravcu prema toč. P. Točka u kojoj stoji kutni križ, traženo je podnožje okomice spuštene iz P.

4. *Kutni bubanj.* Kutni bubanj može biti u obliku metalnog valjka, pri-



Sl. 139.

kraćenog čunja, kugle ili prizme, koji imaju na svojoj površini dva ili više para međusobom okomito postavljenih uskih proreza za viziranje. Oblik prikraćenog čunja ili kugle odgovara naročito za rad u brdima, gdje su vizure strme. Sprave se postavljaju na štap ili lagan stativ (tronog). Upotreba i rektifikacija je posve analogna kao kod pravokutnog križa. Ako ima više parova proreza, onda se može iskolčivati osim 90° i 180° još i 45° i 135°.



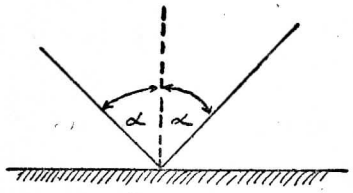
Sl. 140.

Promjer navedenih sprava je 7—12 cm. Pogreška u ciljanju iznosi kod dužine od 50 m po prilici 3 cm.

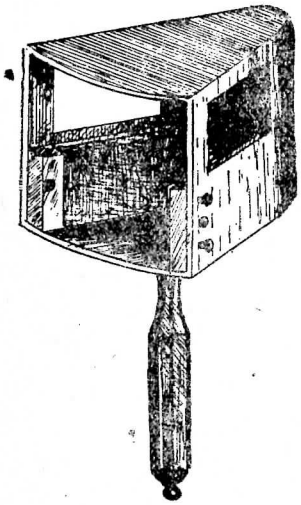
Pantometar je savršeniji bubanj u obliku valjka sa podjeljenjima. Sastoji se iz dva valjka. Gornji se valjak dade okretati vijkom. Donji ima podijeljenje u stupnjevima (od 0° do 360°). Ispod nul podjele nalazi se na donjem valjku okularni, a njemu nasuprot objektivni prorez. Pantometrom možemo mjeriti horizontalne kutove i to pomoću podijeljenja (0—360) ili magnetskom iglom (busolom), koja može biti učvršćena na spravi odozgo. Kao i svaki bubanj tako i pantometar ima više parova proreza — dioptera, te može služiti za iskolčenje pravih kutova pa se za taj rad ispituje i rektificira kao i pravokutan križ. Za mjerenje horizontalnih kutova pantometar treba još zadovoljiti slijedeći uslov:

kad je indeks »I« za očitavanje podijeljenja na nuli, glavna vizura gornjeg valjka mora biti u istoj ravnini sa vizurom kroz donji valjak. Ispituje se tako, da se gornja i donja vizura uravnaju na istu trasirku. Ako pri tome indeks za očitanje pokazuje na nulu podijeljenja, uslov je ispunjen, ako ne, onda treba popraviti niti objektivnih proreza. Ako to nije moguće, treba ustanoviti kolika je pogreška indeksa i tu pogrešku kod mjerenja kutova uzimati u obzir.

5. *Kutna zrcala.* Kutno zrcalo sastoji se iz dva zrcala koja zatvaraju kut od 45°. Obadva zrcala smještena su u trostranoj prizmatičnoj metalnoj kutiji od koje je jedna strana otvorena, a na drugim dvijema iznad zrcala nalazi se otvor (prozorčić) kroz koji se gleda prostim okom u prirodu. Sa dolnje strane u sredini smještena je drvena ili metalna ručka koja završava kukom na koju se vješa visak.



Sl. 141.


Sl. 142.

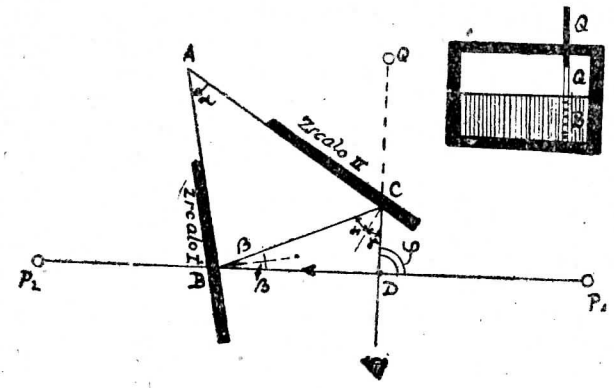
Djelovanje kutnog zrcala temelji se na pravilu odbijanja zraka (refleksiji) t. j. ako je zraka došla na zrcalo Z pod kutom α ona će se odbiti od okomice pod istim kutom (sl. 141). Predpostavimo, da na iskolčenom pravcu P_1 P_2 u toč. »D« želimo baciti okomicu (sl. 143). Zraka koja dolazi od toč. P_1 na zrcalo u toč. B odbit će se pod istim kutom β pod kojim je i došla. U toč. C na drugom zrcalu upada pod kutom γ i pod istim se odbija te dolazi u naše oko. Ako sada sliku »C« trasirke P_1 produžimo kroz otvor iznad zrcala u prirodu te iskolčimo toč. Q to će DQ biti tražena okomica u toč. D na pravac P_1 P_2. Da je kut $\varphi = 90^0$ možemo dokazati iz trokuta B, C, D gdje je kut φ vanjski kut ovoga trokuta t. j. $\varphi = 2\beta + 2\gamma$

Iz $\triangle$ABC;
$$\alpha + (90 - \beta) + (90 - \gamma) = 180^0$$
$$\alpha + 90 - \beta + 90 - \gamma = 180^0$$
$$\alpha = \beta + \gamma$$
$$\varphi = 2(\beta + \gamma)$$
$$= 2\alpha$$
ako je $\alpha = 45^0$; $\varphi = 2.45^0 = 90^0$

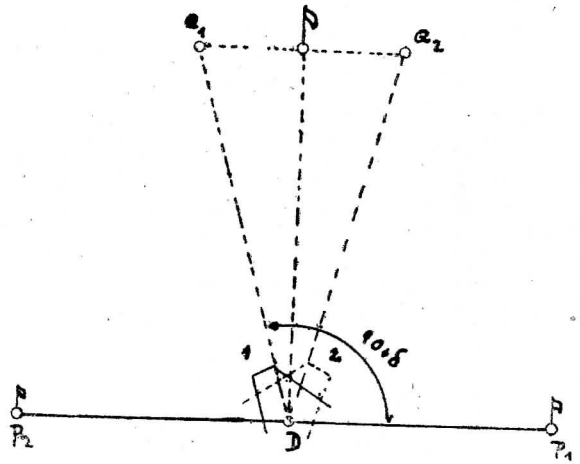
T. j. ako je kut što ga zrcala međusobno zatvaraju 45° onda je $\varphi = 90^0$ odnosno smjer DQ označava okomicu.

Pomoću kutnog zrcala mogu se bacati i spuštati okomice. Kako se bacaju okomice prikazano je gornjim načinom.

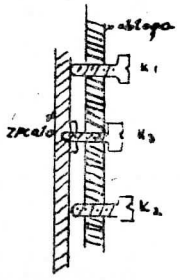
Ako iz zadane toč. Q treba spustiti okomicu na pravac P_1 P_2 spravu opet okrenemo prema točki P_1 ili P_2 nađemo sliku te točke u jednom ili drugom zrcalu i pomićemo se sa spravom po zadanom pravcu P_1 P_2 tako dugo, dok nam slika ne dođe u smjer toč. Q odnosno dok se trasirka u prozorčiću (prirodi) ne poklapa sa slikom C trasirke P_1 u zrcalu.



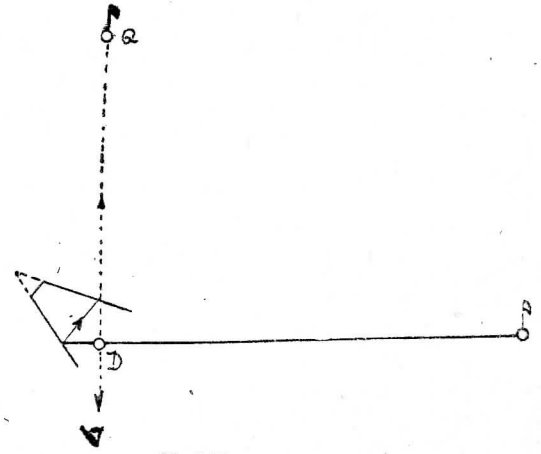
Sl. 143.



Sl. 144.



Sl. 145.



Sl. 146.

Glavni je uvjet ispravnosti kutnog zrcala, da ona zatvaraju kut od 45°. Zato spravu prije rada treba ispitati i eventualno rektificirati. Rektifikacija se obavlja reverzijom. Spravu držimo što točnije nad toč. D pravca P_1 P_2. Iskolčimo okomicu DQ_1. Ako zrcala ne zatvaraju kut od 45° nego manji ili veći to će iskolčen kut biti manji ili veći od 90°. Nakon toga spravu okrenemo za 180° i iskolčimo okomicu DQ_2. Ako obje okomice padaju zajedno u isti smjer sprava je ispravna, ali ako se pokaže razlika (sl. 144), onda na terenu izmjerimo međusobnu udaljenost toč. Q_1—Q_2 i u polovici dužine iskolčimo treću trasirku Q. Zrcalo se zatim ispravlja korekcionim vijcima K_1 K_2 K_3 te ako treba zrcalo primaknuti oblozi otpustimo vijke K_1 K_2 i pritegnemo K_3 ili obratno t. j. ako treba zrcalo odmaknuti od obloge otpustimo vijak K_3 a pritegnemo vijke K_1 i K_2 (sl. 145).

6. *Pravokutna istokračna prizma* je staklena, trostrana prizma kojoj su dvije katete otvorene (slobodne) i sijeku se pod pravim kutom. Treća stranica hipotenuza amalgamirana je kao zrcalo. Prizma je obložena metalnom oblogom a na dolnjoj strani u sredini nalazi se pričvršćen držak koji na kraju završava kukom na koju se vješa visak.

Djelovanje prizme temelji se na zakonu o lomu zraka iz gušćeg sredstva u rjeđe i iz rjeđega u gušće.

Ako svjetleća zraka dolazi na stakleno tijelo pod nekim kutom α, to se ona nakon prolaza lomi prema okomici. U tom slučaju je kut α veći od kuta β.

Obrnuto, ako zraka iz gušćeg sredstva dolazi i rjeđe, onda se ona lomi u okomici. U tom slučaju kut α manji je od kuta β. (Sl. 147).

Između kuta upada i kuta loma postoji odnos $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$

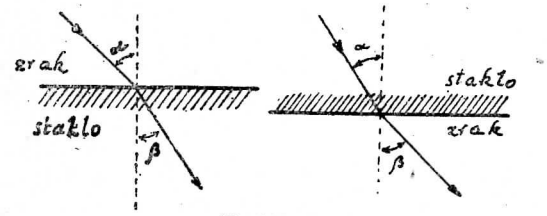
Za lom zrake iz zraka u staklo:

$$\sin \alpha : \sin \beta = 3:2$$

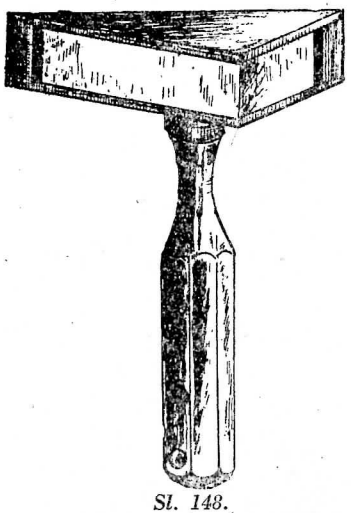
a iz stakla u zrak

$$\sin \alpha : \sin \beta = 2:3$$

Prema tome kako zraka upada na otvorenu staklenu katetu prizme nastaje u prizmi čvrsta ili pokretna slika. Sl. 149 prikazuje različite načine kako zraka ulazi u prizmu i kako se reflektira na hipotenuzi i ponovno izlazi iz prizme na drugoj kateti. Ulazna i izlazna zraka zatvaraju različite kutove oštar, pravi i tupi kut. U takovom slučaju gdje imamo dva puta prelom zrake a jednu refleksiju slike su u prizmi pokretne i ona ne može poslužiti svojoj svrsi. Da mo-

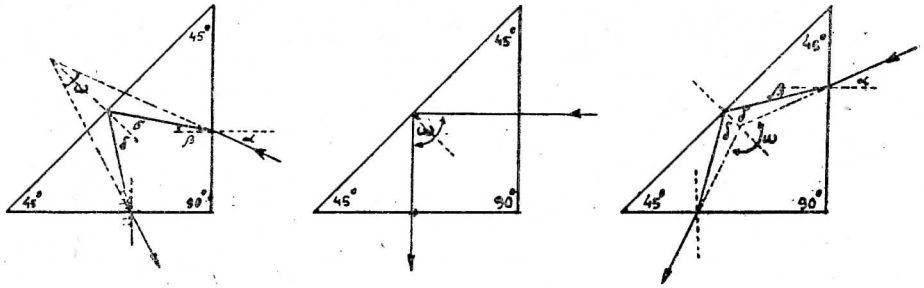


Sl. 147.

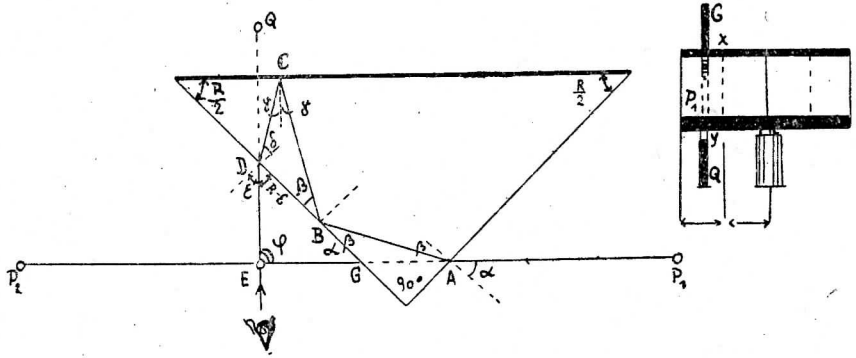


Sl. 148.

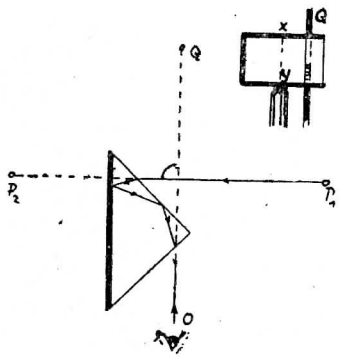
žemo iskolčiti pravi kut u nekoj toč. E iskolčenog pravca P_1 P_2 postavlja se prizma tako, da je hipotenuza paralelna sa iskolčenim pravcem (sl. 150) ili okomito na iskolčeni pravac (sl. 151).



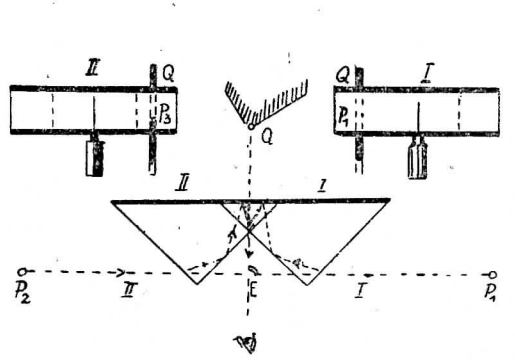
Sl. 149.



Sl. 150.



Sl. 151.



Sl. 152.

Sl. 150 prikazuje djelovanje svjetleće zrake koja dolazi u smjeru pravca P_1 P_2 na katetu prizme u toč. A. Ovdje se zraka lomi prema okomici jer ide iz rjeđeg sredstva u gušće. Na svom dalnjem putu u toč B zraka se reflektira gdje je kut doraza jednak kutu odraza. U toč. C ponovno se zraka reflektira pod kutom γ i dolazi na drugu katetu prizme u toč. D. Budući ovdje zraka

izlazi iz guščeg sredstva u rjeđe, to se lomi od okomice i u toč. E dolazi naše oko. Ako produžimo zraku koja dolazi iz P_1 t. j. pravac $P_1 P_2$ to će zraka sjeći izlaznu zraku DE pod pravim kutom. Ako zraku od našega oka do mjesta u prizmi gdje se je stvorila slika toč. P_1 produžimo u prirodu t. j. smjer EDQ dobit ćemo traženu okomicu na naš zadani pravac.

Da je kut φ u toč. E doista pravi kut možemo dokazati iz trokuta DEG na slijedeći način:

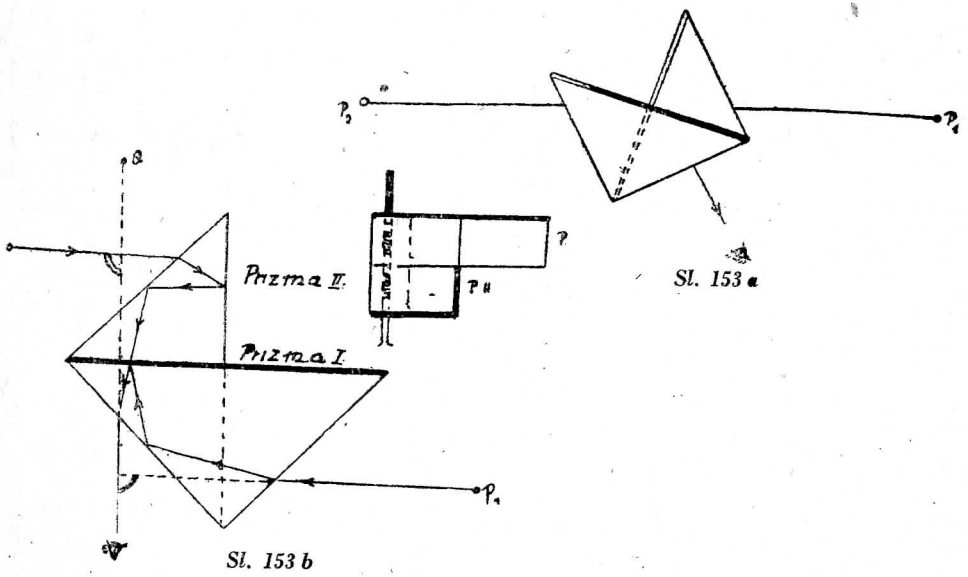
$$\alpha + \varphi + 90 - \varepsilon = 180^0 \ldots\ldots 1.)$$

po zakonu optike: $\dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \dfrac{\sin \varepsilon}{\sin \delta}$

odakle: $\alpha = \varepsilon$ te uvrstimo ovu vrijednost u jedn. 1.)

$$\alpha + \varphi + 90 - \alpha = 180^0$$

$$\varphi = 90^0$$



Sl. 153 b

Sl. 153 a

Iz svega proističe, da čvrstu sliku u prizmi stvara dva puta lomljena i dva puta reflektirana zraka. U ovakovom slučaju ako prizmu okrećemo oko osovine viska slika će ostati čvrsta i neće se promijeniti. Iz sl. 150 vidi se, da će se čvrsta slika trasirke P_1 vidjeti u prizmi ako zraka dolazi na prednji rub katete. Zamišljena linija x—y luči čvrste i pokretne slike.

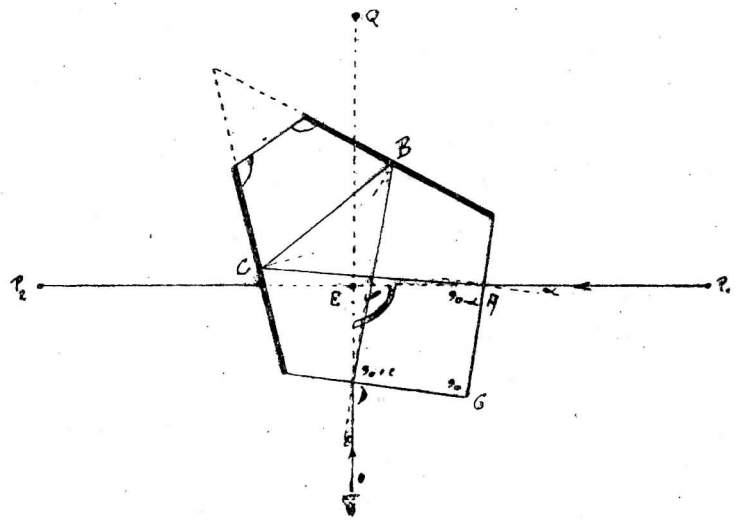
Ako zraka dolazi na lijevu katetu prizme, to će se slika u prizmi stvoriti na desnoj strani i obrnuto. Sl. 152 prikazuje kako se u ovakovom slučaju iskolčuje odnosno spušta okomica sa jednostrukom prizmom gdje se ista iz položaja I stavlja u položaj II t. j. oko mora biti uvijek na suprotnoj kateti odkud dolazi smjer svjetleće zrake.

Vidimo, da se kod iskolčenja sjecište E nalazi izvan osovine viska prizme. Pogreška je ekscentriciteta 1—2 cm. Ovu pogrešku otklanja pentagonalna prizma.

Za iskolčenje kuta od 180° služi dvostruka prizma (Sl. 153) koja se sastoji iz dvije istokračne pravokutne prizme koje su smještene jedna na drugu tako, da im se amalgamirane hipotenuze sijeku pod kutom od 90°. Sa takovom kombinacijom prizama možemo se postavljati u pravac, a osim toga iskolčiti okomice na već poznati način. Kod iskolčavanja 180° jednu prizmu okrenemo prama toč. P_1 dok druga gleda prema toč. P_2 te se sa spravom pomičemo napred i natrag tako dugo, dok slike od P_1 i P_2 ne dođu jedna u produženju druge.

Općenito. Ako smo ustanovili, da kut kojeg smo iskolčili sa prizmom nije pravi to pogreška leži u brušenju prizme i može biti ispravljena samo u tvornici od optičkih stručnjaka.

Pentagonalna prizma također je stakleno tijelo pentagonalnog presjeka obložena u metalnoj oblogi. Dvije stranice su otvorene dok su ostale



Sl. 154.

tri zatvorene od kojih su stranice B i C amalgamirane. Kod rada jedna otvorena strana okrene se prema točki P_1 dok se u drugoj stvori slika te točke, a smjer slike produžen prostim okom u prirodi ODQ okomica je na zadani pravac $P_1 P_2$. Ove prizme daju jasnije i bolje osvjetljene slike, vidno polje je veće a eliminiran je ekscentricitet osovine viska koji je postojao kod trostrane prizme. Put proizvoljne zrake prikazan je na sl. 154 gdje se ista dva puta lomi i dva puta reflektira. Iz četverokuta EAGD možemo dokazati da je kut kod E = 90°

$$90 - \alpha + 90 + 90 + \varepsilon + \varphi = 360$$

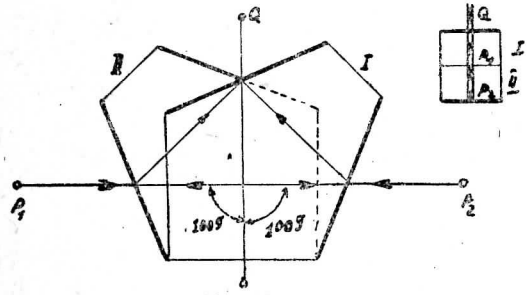
od prije znamo da je: $\alpha = \varepsilon$

$$90 + 90 + 90 + \varphi = 360$$

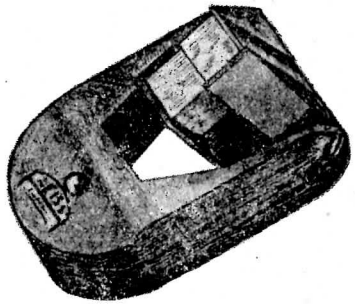
$$270 + \varphi = 360$$

$$\varphi = 90^0$$

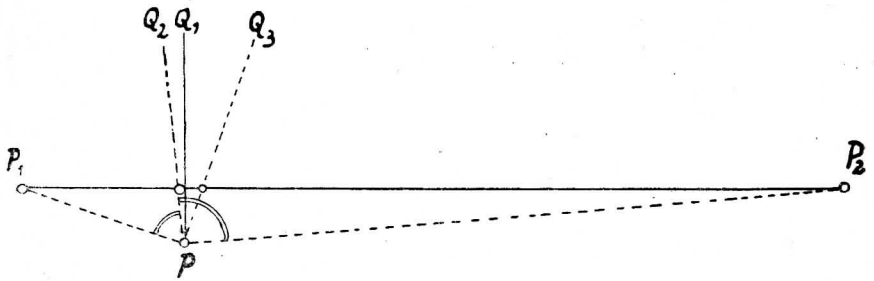
Dvostruka pentagonalna prizma. Dvije staklene prizme istoga peterostranog presjeka postavljaju se jedna na drugu kako je označeno na sl. 155. Sa ovakovom prizmom može se iskolčiti 90° i 180° t. j. u prizmama stvaraju se slike toč. P_1 i P_2 koje se poklapaju kad je iskolčen kut 180°.



Sl. 155.



Sl. 156.



Sl. 157.

Općenito kod rada sa prizmom treba se pridržavati slijedećih pravila.

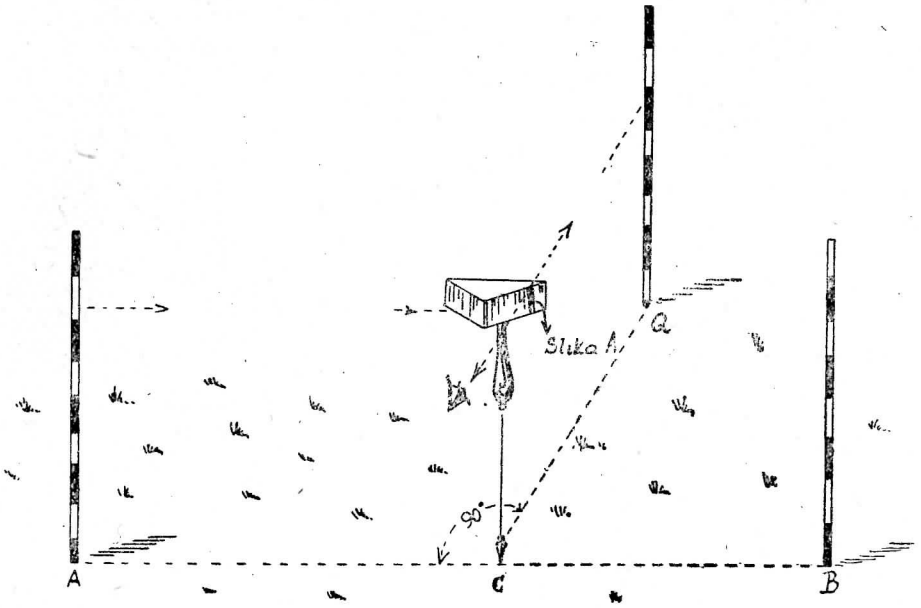
1. Kod traženja slike trasirke, pravu sliku nađemo na taj način, ako prizmu lagano okrećemo oko vertikalne osi, pa ako je slika nepomična i čvrsta znači da je ona ispravna.

2. U zrcalu ili prizmi treba uvijek upotrebiti sliku dalnje trasirke i to radi toga, jer je i spuštanje okomica kao i svaki drugi terenski rad izložen pogreškama i to uglavnom uslijed odstupanja prizme od pravca na koji se snima i uslijed nevertikalnosti trasirke. Sl. 157 prikazuje koliko je odstupanje okomice kad se nađe slika dalnje trasirke P_2 ili bliže trasirke P_1. Jasno se vidi da će pogreška biti manja kad se traži slika dalnje trasirke.

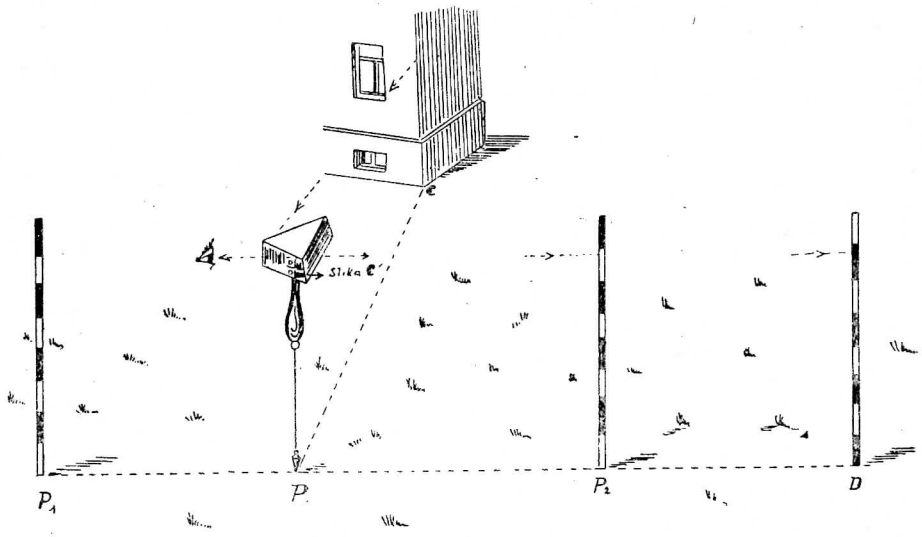
Srednja pogreška iskolčavanja okomica iznosi od prilike:

1. Kod bubnja i pravokutnog križa $\pm$ 2,0'
2. Kod kutnog zrcala $\pm$ 1,3'
3. Kod kutne prizme $\pm$ 1,1'.

Sl. 158 prikazuje kako se iz zadane točke baca okomica. U takvom slučaju mora se trasirka Q pomicati tako dugo, dok ne dođe u smjer oka iz stvorene slike A u prizmi.



Sl. 158.



Sl. 159.

Sl. 159 prikazuje rad kod spuštanja okomice na zadani pravac P_1 P_2. U takvom slučaju pomičemo se sa prizmom u smjeru pravca P_1 i P_2 tako dugo, dok nam se u prizmi ne stvori slika na onome mjestu, gdje iznad nje prolazi smjer od oka prema bridu kuće C.

S A D R Ž A J

UVOD	Strana
Oblik i dimenzije zemlje	5
Zadatak i podjela geodezije	9
Horizontalna i visinska snimanja	12
Opći pregled geodetskih mjerenja	14
MJERE	18
Stupnjevi	18
Lučna ili analitička mjera	20
Goniometrijske (kutne) funkcije	22
STABILIZACIJA — Obilježavanje točaka na terenu	25
Trigonometrijske točke	25
Poligonske točke	26
Male točke	27
Međne oznake katastralnih općina	29
Međašne točke granica posjeda	30
Visinske točke	30
Topografski opis točaka	30
SIGNALIZACIJA	31
ISKOLČENJE PRAVACA	33
Produženje zadanog pravca	33
Iskolčenje međutočaka na zadanom pravcu	33
Iskolčenje pravca ako se krajnje točke A i B ne dogledaju	33
Iskolčenje sjecišta dvaju pravaca	35
Iskolčenje međutočaka na pravcu AB ako se ne može vizirati od A prema B i obratno uslijed zapreke	35
Iskolčenje međutočaka ako su krajnje toč. AB nepristupačne	35
GEODETSKI PRIBOR ZA MJERENJE DUŽINA	36
Letve	36
Letve za profiliranje	37
Čelične vrpce	38
Lanac	39
Platnena vrpca	39
Mjerači kotač	40
Žica	40

Strana

Pomoćni pribor 41
Trasirka 41
Visak 42
Razalni trokut 42
Klinomjer 44
Libela 45
Dozna libela 46
Cijevna libela 46
Jahača libela 47
Viseća libela 47
Reverziona libela 47
Alhidadna libela 47
Ispitivanje i rektifikacija (ispravljanje) libele 48
Podjele na libelama 49
Kutna vrijednost 50
Određivanje kutne vrijednosti parsa pomoću durbina i letve 52
Dimenzije libele 53
Osjetljivost libele 53
Križanje mjehura 53
Padomjeri 54
MJERENJE DUŽINA 56
Direktno mjerenje 57
Mjerenje letvom na ravnom terenu 57
Mjerenje letvom na nagnutom terenu 57
Stepenasto mjerenje 57
Mjerenje koso po terenu 58
Mjerenje letvama za profiliranje 59
Mjerenje čeličnom vrpcom 59
Mjerenje dužina na ravnom terenu 59
Stepenasto mjerenje 60
Mjerenje dužine koso po terenu čeličnom vrpcom 61
Redukcija pomoću kuta nagiba 61
Redukcija pomoću visinske razlike 62
INDIREKTNO MJERENJE DUŽINA 68
Krajnje točke dužine su pristupačne 68
Jedna krajnja točka dužine je nepristupačna 69
Mjerenje samo sa vrpcom 69
Mjerenje s vrpcom i spravom za iskolčenje okomica 70
Obadvije krajnje točke dužine su nepristupačne 71
Mjerenje samo sa vrpcom 71
Mjerenje s vrpcom i spravom za iskolčenje okomice 72
ISPITIVANJE SPRAVA ZA MJERENJE DUŽINA 73
POGREŠKE I TOČNOST DIREKTNOG MJERENJA DUŽINA . . . 75
Pravilne ili sistematske pogreške 75

Strana

Nepravilne ili slučajne pogreške 75
Grube pogreške 76
Točnost mjerenja 76
ISKOLČENJE PRAVOG KUTA — KUTNI PRIBOR 78
Uže 78
Pitagorin poučak 80
Kutni križ 81
Metalni križ (diopter) 82
Kutni bubanj 83
Pantometar 83
Kutna zrcala 84
Pravokutna istokračna prizma 86
Pentagonalna prizma 89